Corso di laurea in Ingegneria Elettronica
3 Marzo 2014
Prova scritta di Analisi Matematica II

`Durata della prova: 30 minuti.`

1

Dare la definizione di integrabilità, di sommabilità e di integrale secondo Lebesgue per una funzione misurabile secondo Lebesgue in un insieme di misura finita.

2

Dimostrare UNO dei seguenti teoremi

I. Condizione necessaria e sufficiente affinché $f \in C^{\infty}((a,b))$ sia sviluppabile in $x \in (a,b)$ in serie di Taylor di centro $x_0 \in (a,b)$ è che

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f^{(n)}(\xi_n)(x-x_0)^n}{n!} = 0\,,$$

dove l'argomento del limite è il resto n-esimo della formula di Taylor relativa alla f di centro x_0, arrestata alla derivata n-esima.

II. (Teorema di esistenza degli zeri). Sia C un sottoinsieme chiuso e connesso di $\mathbb{R}^n$. Siano $f : C \to \mathbb{R}$ continua in C, e $x', x'' \in C$ tali che $f(x') < 0$ e $f(x'') > 0$. Allora esiste $\overline{x} \in C$ tale $f(\overline{x}) = 0$.

`Durata della prova: 90 minuti.`

1

Date le successioni di funzioni

$$\left\{\frac{n^2x^2}{1+n^2x^2}\right\}\,, \quad \{(1+n^2x^2)^{1/n}\},$$

studiare la convergenza puntuale ed uniforme in $\mathbb{R}$ ed in sottoinsiemi di $\mathbb{R}$.

2

Data la funzione

$$f(x,y) = \log\left[(x+y)^2 + x + y + 1\right],$$

determinare

i) il suo insieme di definizione D,

ii) gli eventuali punti di minimo e di massimo relativo,

iii) l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f in D.

3

Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y''' + 3y'' - y' - 3y = e^{3x}(x+2)\,.$$