Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ingegneria Elettronica
Prova teorica di Analisi Matematica II
26 Febbraio 2015

`Durata della prova: 30 minuti.`

1

Svolgere UNO dei seguenti quesiti

I. Dare le definizioni di convergenza assoluta, di convergenza uniforme e di convergenza totale in un intervallo per una serie di funzioni. Portare un esempio di serie di funzioni convergente totalmente.

II. Dare la definizione di integrale secondo Lebesgue per una funzione misurabile secondo Lebesgue e limitata in un insieme di misura finita. Enunciare il teorema della media.

2

Dimostrare UNO dei seguenti teoremi

I. (Teorema di esistenza degli zeri). Sia C un sottoinsieme chiuso e connesso di $\mathbb{R}^n$. Siano $f : C \to \mathbb{R}$ continua in C, e $x', x'' \in C$ tali che $f(x') < 0$ e $f(x'') > 0$. Allora esiste $\overline{x} \in C$ tale $f(\overline{x}) = 0$.

II. (Teorema della divergenza). Sia A un sottoinsieme aperto di $\mathbb{R}^2$.Sia $f : A \to \mathbb{R}^2$, di classe $C^1(A)$. Allora per ogni T dominio a $p+1$ contorni contenuto in A

$$\iint_T \mathrm{div} f(x,y)\,dxdy = \int_{+\partial T} < f, n_e > ds\,.$$

`Durata della prova: 90 minuti.`

1

Studiare le seguenti serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{\sqrt{(2n)!}} x^n\,, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(1+\frac{e}{n^2+x^2})}{n^3+x^2}\,.$$

2

Trovare gli eventuali punti di minimo e massimo relativo della funzione

$$f(x,y,z) = e^{y(z^3-3z)-x^2}\,.$$

3

Risolvere il seguente sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} y_1' = -y_1 - 4y_2 + 2y_3 \\ y_2' = -y_2 \\ y_3' = -3y_1 - 19y_2 + 4y_3\,. \end{cases}$$