

Corso di laurea in Ingegneria Elettronica
23 Settembre 2014
Prova scritta di Analisi Matematica II

Durata della prova: 30 minuti.

1

Dare la definizione di forma differenziale esatta in un aperto $A \subseteq \mathbb{R}^n$.
Enunciare due teoremi che assicurano che una forma differenziale sia esatta in A .

2

Dimostrare UNO dei seguenti teoremi

I. Sia

$$\sum_{n=0}^{+\infty} a_n (x - x_0)^n$$

una serie di potenze di raggio di convergenza $0 < r \leq +\infty$. Provare che la serie di potenze converge totalmente in ogni intervallo chiuso e limitato contenuto nell'intervallo di convergenza.

II. Siano A un aperto di $\mathbb{R}^n$, $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ e $x_0 \in A$. Dare le definizioni di derivabilità e derivata lungo una direzione $\vec{v}$ per f in x_0 . Sia f differenziabile in A , dimostrare che f è derivabile in $x_0 \in A$ lungo una qualsiasi direzione $\vec{v}$.

Durata della prova: 90 minuti.

1

Studiare le seguenti serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{\frac{n^2}{n+1}} (x-1)^n, \quad \sum_{n=0}^{\infty} 5^n x^{2n}.$$

2

Determinare gli eventuali punti di massimo e minimo relativo della seguente funzione

$$f(x, y, z) = z(x + y)e^{-x^2 - y^2}.$$

3

Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 5y = e^{-2x} \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = -7. \end{cases}$$