

Università degli Studi di Catania
Corso di laurea in Ingegneria Elettronica
Prova di Analisi Matematica II
14 Luglio 2015

Durata della prova: 30 minuti.

1

Svolgere UNO dei seguenti quesiti

I. Dare le definizioni di integrabilità e di sommabilità secondo Lebesgue per una funzione misurabile secondo Lebesgue in un insieme di misura finita.

II. Dare la definizione di curva regolare di \mathbb{R}^3 . Portare un esempio di curva regolare. Dare la definizione di lunghezza di una curva regolare. Sia γ una curva regolare di \mathbb{R}^3 e sia $f : \gamma \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua in γ , dare la definizione di integrale curvilineo di f lungo γ .

2

Dimostrare UNO dei seguenti teoremi

I. (Teorema di esistenza degli zeri). Sia C un sottoinsieme chiuso e connesso di \mathbb{R}^n . Siano $f : C \rightarrow \mathbb{R}$ continua in C , e $x', x'' \in C$ tali che $f(x') < 0$ e $f(x'') > 0$. Allora esiste $\bar{x} \in C$ tale $f(\bar{x}) = 0$.

II. Sia $\{f_n\}$ una successione di funzioni continue, uniformemente convergente in $[a, b]$. Provare che è lecito il passaggio al limite sotto il segno di integrale. Portare un esempio di una successione di funzioni per la quale non è lecito il passaggio al limite sotto il segno di integrale in un intervallo chiuso e limitato.

Durata della prova: 90 minuti.

1

Calcolare il seguente integrale

$$\iiint_T xyz dx dy dz,$$

dove $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq x^2 + y^2, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$.

2

Dopo aver trovato l'insieme di definizione D della funzione

$$f(x, y) = x(y - 1)\sqrt{y},$$

determinare gli eventuali punti di minimo e di massimo relativo di f in D .

3

Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y''' + y'' - y' - y = e^{2x}(x - 2).$$