

UNIVERSITÀ DI CATANIA  
ANNO ACCADEMICO 2005-2006

Prova scritta di **Analisi Matematica III**

(per gli studenti dei corsi di laurea in Matematica e in Matematica per le Applicazioni)  
Prima sessione - I appello - 10 Febbraio 2006

---

- 1) Non si possono consultare libri o appunti.
  - 2) Tempo: due ore.
  - 3) I candidati sono tenuti a svolgere almeno tre quesiti.
- 

I

Determinare gli eventuali punti di minimo e di massimo relativi della funzione:

$$f(x, y) = (x - y)(x + y + 1)^2 .$$

II

Provare che

$$\iint_T (x - y)(x + y + 1)^2 dx dy \leq \frac{16}{27} ,$$

dove  $T = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \times [-\frac{1}{2}, 0]$ .

III

Posto  $\gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = \sqrt{1 - y^2}, -\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}\}$ ,  $A = (\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$ ,  $B = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ ,  
calcolare l'integrale della forma differenziale:

$$\frac{x \arcsen(2xy)}{x^2 + y^2} dx + \frac{y \arccos(2xy)}{x^2 + y^2} dy ,$$

lungo la curva  $\gamma$  percorsa nel verso che va da  $A$  a  $B$ .

IV

Risolvere la seguente equazione differenziale lineare:

$$y^{(4)} - 3y''' + 4y'' - 2y' = 2x^2 + 3 .$$