

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2007-2008

Prova scritta di **Analisi Matematica III**

(per gli studenti dei corsi di laurea in Matematica e in Matematica per le Applicazioni)

Terza sessione - I appello - 9 Settembre 2008

1) Non si possono consultare libri o appunti.

2) Tempo: due ore.

I

Calcolare l'integrale della forma differenziale:

$$2y \cos^2 x \, dx + (x + \operatorname{sen} x \cos x) \, dy$$

lungo la curva γ di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos t \\ y = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{sen} t \end{cases}, \quad t \in \left[-\frac{3}{4}\pi, \frac{\pi}{4}\right],$$

percorsa nel verso che va da $A = (0, 0)$ a $B = (1, 1)$.

II

Calcolare il volume del dominio T di \mathbb{R}^3 definito dalle limitazioni:

$$x^2 + y^2 \geq z^2, \quad x^2 + y^2 + 4(z - 1)^2 \leq 1.$$

III

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{2x(y^2+1)}{x^4+9} \\ y(0) = \frac{\sqrt{3}}{3}. \end{cases}$$