

UNIVERSITÀ DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2002-2003

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

(per gli studenti dei corsi di laurea in Matematica e in Matematica per le Applicazioni)

Terza sessione - I appello - 5 Settembre 2003

I

Calcolare l'area dell'insieme piano D definito dalle limitazioni:

$$0 \leq x \leq \sqrt{e-1}, \quad 0 \leq y \leq x \log(1+x^2).$$

II

Studiare le seguenti serie di funzioni:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{nx^2}}}{n^3}.$$

III

Calcolare, nell'aperto $A_0 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy < 1\}$, le derivate parziali prime delle funzioni:

$$f(x, y) = \arctan \frac{x+y}{1-xy}, \quad g(x, y) = \arctan x + \arctan y$$

e provare che in A_0 f e g differiscono per una costante reale c .

Mostrare che $c = 0$ e, quindi, che $f(x, y) = g(x, y), \forall (x, y) \in A_0$.

IV

Trovare i punti di massimo e di minimo assoluti della restrizione della funzione

$$f(x, y) = \arctan \frac{x+y}{1-xy}$$

all'insieme $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -x \leq y \leq 1-x, 0 \leq y \leq 1\}$.