

## Parte A

1. Definire l'unità immaginaria e i numeri complessi.
2. Numeri complessi: somma, prodotto, reciproco, coniugato, modulo e loro proprietà.
3. Piano complesso. Forma trigonometrica dei numeri complessi, argomento e argomento principale.
4. Formula di De Moivre e calcolo delle radici ennesime, radici dell'unità.
5. Formula di Eulero.
6. Definire l'esponenziale complesso, illustrandone qualche proprietà.
7. Definire le funzioni trigonometriche e iperboliche di variabile complessa, e ricavare le relazioni che le legano.
8. Definire il logaritmo di variabile complessa e l'esponenziale con base complessa ( $w^z$ ).
9. Funzioni complesse. Intorni, limiti e continuità. Esempi di funzioni discontinue.
10. Derivata di una funzione di variabile complessa. Dare un esempio di funzione non derivabile, giustificandolo.
11. Scrivere le condizioni di Cauchy-Riemann e dimostrare che sono condizione necessaria per la derivabilità di una funzione complessa. Condizioni di sufficienza. Armonicità.
12. Definire una curva regolare, semplice e chiusa del piano complesso.
13. Definire l'integrale di linea di funzione di variabile complessa, e enunciarne alcune proprietà. Teorema ML.
14. Enunciare e dimostrare il Teorema integrale di Cauchy (o teorema di Cauchy-Goursat) sull'integrale di linea di una funzione di variabile complessa. Note sul Teorema di Green.
15. Conseguenze del teorema integrale di Cauchy.
16. Integrale circuitale della funzione  $1/(z - a)^n$ .
17. Formule integrali di Cauchy per una funzione olomorfa e le sue derivate. Applicazione al calcolo di integrali.
18. Definizione e classificazione delle singolarità isolate. Esempi singolarità non isolate.
19. Definire serie di Taylor e di Laurent di una funzione di variabile complessa.
20. Discutere il legame tra serie di Laurent e tipo di singolarità.
21. Definizione di residuo e relazione con la serie di Laurent.
22. Enunciare e dimostrare il teorema dei residui.
23. Ricavare la formula per il calcolo dei residui nei poli.
24. Calcolo del residuo col metodo dei coefficienti indeterminati.
25. Definizione di funzione intera. Teorema di Liouville.
26. Dimostrazione del Teorema fondamentale dell'algebra tramite il teorema di Liouville.
27. Enunciare e dimostrare il Lemma del grande cerchio.
28. Residuo all'infinito. Teorema sulla somma di tutti i residui al finito.
29. Enunciare il Lemma del piccolo cerchio. Valor principale dell'integrale.
30. Enunciare il Lemma di Jordan.
31. Definire la trasformata di Laplace e ascissa di convergenza.
32. Ricavare le formule della trasformata di Laplace di  $f(t) = 1, t, e^{at}$ .
33. Enunciare e dimostrare le proprietà di linearità, due proprietà di traslazione e cambio di scala della trasformata di Laplace.

34. Ricavare la trasformata di Laplace di  $f(t) = \sin(at), \cos(at), \sinh(at), \cosh(at)$ .
35. Ricavare la trasformata di Laplace di  $t^n f(t)$ .
36. Ricavare la trasformata di Laplace della derivata n-esima di  $f(t)$ .
37. Derivare la formula di trasformata di una funzione periodica.
38. Definizione di antitrasformata e sue proprietà. Teorema di Lerch.
39. Prodotto di convoluzione per funzione generiche e segnali, commutatività.
40. Formula di trasformazione di Laplace di una convoluzione.
41. Trasformata dell'integrale di  $f(t)$ , ovvero di  $\int_0^t f(u) du$ .
42. Antitrasformata di funzioni razionali, sviluppo in fratti semplici nei vari casi.
43. Risoluzione tramite trasformata di Laplace di problemi differenziali ai valori iniziali (Cauchy) e al contorno, sistemi di equazioni differenziali.
44. Definire la delta di Dirac, sue proprietà e sua trasformata di Laplace.
45. Definizione di funzione caratteristica, collegamento con la funzione di Heavyside.
46. Funzione Gamma di eulero e trasformata delle potenze reali  $t^p$ .
47. Polinomio caratteristico di un'equazione differenziale lineare.
48. Risposta impulsiva, funzione di trasferimento, soluzioni di una equazione differenziale non omogenea.
49. Equazione integrale di Volterra, risoluzione tramite trasformata di Laplace.
50. Serie trigonometrica di Fourier, calcolo dei coefficienti per una funzione dispari.
51. Sviluppo della funzione segno.
52. Fenomeno di Gibbs.
53. Sviluppo di una funzione pari, sviluppo del valore assoluto ed esempio di calcolo di serie.
54. Integrale del quadrato di una funzione, problema di Basilea.
55. Sviluppo di una funzione generica (non pari o dispari).
56. Serie di Fourier con esponenziali complessi, relazioni tra i coefficienti.
57. Definizione spazio vettoriale, sottospazi. Esempi.
58. Vettori linearmente indipendenti, basi, dimensione di uno spazio vettoriale.
59. Prodotto scalare e sue proprietà.
60. Spazio euclideo. Norma indotta.
61. Famiglie di vettori ortogonali, indipendenza lineare. Ortonormalità e basi ortonormali.
62. Disuguaglianza di Cauchy-Schwartz.
63. Spazi di funzioni. Spazio  $L^2$  reale e complesso, basi.
64. Ortogonalità delle funzioni trigonometriche.
65. Sottospazi ortogonali e decomposizione ortogonale. Coefficienti di Fourier e loro calcolo.
66. Disuguaglianza di Bessel.
67. Convergenza in norma (in  $L^2$ ). Teorema di Riesz-Fisher. Teorema di Parseval.
68. Convergenza puntuale. Teorema di Dirichlet.
69. Spettro in ampiezza e fase.

## Parte B

1. Spazio fisico. Vettori liberi e applicati in  $R^3$ . Prodotto scalare e norma. Angoli. Versori.
2. Terna destrorsa. Prodotto vettoriale e sue proprietà. Prodotto misto.
3. Tempo, velocità e accelerazione. Cinematica del punto: terna intrinseca, raggio di curvatura. Esempi moto circolare ed elicoidale.
4. Coordinata curvilinea, decomposizione dell'accelerazione del punto.
5. Definizione di corpo rigido. Relazione elementare tra le velocità dei punti di un corpo rigido.
6. Spazio solidale e cambio di riferimento. Trasformazioni ortogonali.
7. Collegamento tra trasformazioni ortogonali e velocità angolare.
8. Teorema di Poisson (enunciato).
9. Legge di distribuzione delle velocità nel corpo rigido.
10. Tipi di moto rigido: traslatorio, rotatorio, roto-traslatorio, elicoidale, piano.
11. Invariante scalare. Asse di Mozzi. Atto di moto rigido.
12. Moto piano e Teorema di Chasles.
13. Matrice di rotazione nel piano e applicazioni.
14. Legge di distribuzione delle accelerazioni nel corpo rigido. Accelerazione centripeta.
15. Moti relativi. Trasformazione della velocità. Casi particolari.
16. Accelerazione relativa, teorema di Coriolis. Casi particolari, trasformazione di Galileo.
17. Vincoli, olonomi e anolonomi. Fissi e mobili. Bilateri e unilateri. Lisci e ruvidi. Esempi.
18. Vincoli olonomi e gradi di libertà, esempi per corpi rigidi nello spazio e nel piano.
19. Cerniere, carrelli, pattini come vincoli.
20. Coordinate, essenziali e indipendenti. Spazio delle configurazioni.
21. Spostamenti infinitesimi e virtuali. Reversibilità. Vincoli labili.
22. Vincolo di rotolamento. Rotolamento del disco e scelta di una coordinata.
23. Sistemi di vincoli iperstatici e isostatici.
24. Massa e densità di massa. Centro di massa (CDM) nel caso discreto e continuo. Esempi.
25. Legge di composizione dei CDM. Caso sottrattivo.
26. Piani diametrali e piani di simmetria materiale.
27. Corpi corpi con rette o piani di simmetria o diametrali. CDM del triangolo e tre masse uguali.
28. Esempi: CDM di un settore circolare, di un arco.
29. Momento d'inerzia nel caso discreto e continuo. Momenti di inerzia di un corpo piano.
30. Teorema di Huygens-Steiner sul momento d'inerzia.
31. Esempi utili: momenti di inerzia di un rettangolo, di un'asta, di un'asta inclinata, di un disco.
32. Matrice d'inerzia, derivazione e proprietà. Caso del corpo piano.
33. Assi principali d'inerzia.
34. Assi principali d'inerzia in corpi piani e corpi con simmetrie materiali.
35. Matrice (principale e) centrale d'inerzia.
36. Forze, tipi di forze.
37. Forze applicate, retta di applicazione. Momento di una forza.

38. Sistema di forze applicate, risultante e momento. Trasformazione del momento.
39. Invariante scalare e asse centrale di un sistema di forze.
40. Particolari sistemi di forze (nullo, equilibrato, coppia, piano, concorrenti, parallele).
41. Sistemi di forze equivalenti, riduzione nei vari casi.
42. Riduzione di un sistema di forze parallele, centro di applicazione (caso della forza peso).
43. Lavoro infinitesimo di una forza.
44. Lavoro finito, caso delle forze conservative. Definizione di forza conservativa.
45. Esempi di potenziale (forza costante, unidimensionale, elastica, campo gravitazionale ed elettrico).
46. Lavoro infinitesimo su un corpo rigido, e sistemi di forze equivalenti.
47. Moto rotatorio di un corpo rigido soggetto a una coppia pura, potenziale angolare. Molla torsionale.
48. Lavoro infinitesimo su un sistema sottoposto a vincoli olonomi, componenti generalizzate (lagrangiane) delle forze.
49. Forze generalizzate per sistemi conservativi.
50. Dinamica: prima legge, riferimenti inerziali. Seconda e terza legge. Sovrapposizione delle forze.
51. Equazioni del moto. Determinismo meccanico e Problema di Cauchy.
52. Forze fittizie in riferimenti non inerziali.
53. Forze interne ed esterne, risultante e momento delle forze interne.
54. Statica: quiete ed equilibrio.
55. Postulato delle reazioni vincolari.
56. Statica, equazioni cardinali. Caso dei corpi rigidi.
57. Vincoli ideali e principio dei lavori virtuali. Condizione di equilibrio.
58. Stabilità delle configurazioni di equilibrio. Caso delle forze conservative in una o più dimensioni.
59. Equazioni cardinali della statica e ricerca delle reazioni vincolari esterne e interne.
60. Sistemi di riferimento rotanti e forza centrifuga. Potenziale.
61. Dinamica del punto. Caso delle forze conservative, energia cinetica ed energia meccanica totale.
62. Quantità di moto. Collegamento col moto del centro di massa di un sistema.
63. Momento della quantità di moto (momento angolare) e cambio di polo.
64. Teorema di Koenig per l'energia cinetica.
65. Energia cinetica di un corpo rigido, caso rotatorio.
66. Equazioni cardinali della dinamica. Principi di conservazione.
67. Potenza. Teorema dell'energia cinetica. Legame tra energia cinetica e lavoro.
68. Componenti lagrangiane della forza d'inerzia.
69. Equazioni di Lagrange e Lagrangiana.
70. Energia cinetica di un sistema olonomo (caso a vincoli fissi).
71. Integrali primi del moto, esempi, energia meccanica. Momenti coniugati, variabili cicliche.
72. Piccole oscillazioni di sistemi unidimensionali.

**Gli argomenti riflettono le lezioni svolte nell'A.A. 2022-2023**

**Questo elenco non è indicativo per successivi elenchi di argomenti d'esame o di lezione.**