

## Parte A

1. Definire l'unità immaginaria e i numeri complessi. Definirne somma, prodotto, reciproco, coniugato, modulo e sue proprietà.
2. Piano complesso. Forma trigonometrica dei un numeri complessi, argomento e argomento principale.
3. Formula di De Moivre e calcolo delle radici ennesime, radici dell'unità.
4. Formula di Eulero. Definire l'esponenziale complesso, illustrandone qualche proprietà.
5. Definire le funzioni trigonometriche e iperboliche di variabile complessa, e ricavare le relazioni che le legano.
6. Definire il logaritmo di variabile complessa e l'esponenziale con base complessa ( $w^z$ ).
7. Funzioni complesse. Intorni, limiti e continuità. Esempi di funzioni discontinue.
8. Derivata di una funzione di variabile complessa. Dare un esempio di funzione non derivabile, giustificandolo.
9. Scrivere le condizioni di Cauchy-Riemann e dimostrare che sono condizione necessaria per la derivabilità di una funzione complessa.
10. Definire una curva regolare, semplice e chiusa del piano complesso.
11. Definire l'integrale di linea di funzione di variabile complessa, e enunciarne alcune proprietà.
12. Enunciare e dimostrare il Teorema integrale di Cauchy (o teorema di Cauchy-Goursat) sull'integrale di linea di una funzione di variabile complessa.
13. Conseguenze del teorema integrale di Cauchy.
14. Integrale circuitale della funzione  $1/(z - a)^n$ .
15. Scrivere le formule integrali di Cauchy per una funzione analitica e le sue derivate. Applicazione al calcolo di integrali.
16. Definizione e classificazione delle singolarità isolate.
17. Definire serie di Taylor e di Laurent di una funzione di variabile complessa. Discutere il legame tra serie di Laurent e tipo di singolarità.
18. Definizione di residuo e relazione con la serie di Laurent.
19. Enunciare e dimostrare il teorema dei residui.
20. Ricavare la formula per il calcolo dei residui nei poli.
21. Calcolo del residuo col metodo dei coefficienti indeterminati.
22. Enunciare il Teorema ML.
23. Definizione di funzione intera. Teorema di Liouville.
24. Dimostrazione del Teorema fondamentale dell'algebra tramite il teor. di Luiouville.
25. Enunciare e dimostrare il Lemma del grande cerchio.
26. Teorema sulla somma di tutti i residui al finito e residuo all'infinito.
27. Enunciare il Lemma del piccolo cerchio (sui poli semplici).
28. Enunciare il Lemma di Jordan.
29. Definizione generale e formula per il calcolo del residuo all'infinito.
30. Definire la trasformata di Laplace e il suo dominio (ascissa) di convergenza.
31. Ricavare le formule della trasformata di Laplace di  $f(t) = 1, t, e^{at}$ .
32. Enunciare e dimostrare le proprietà di linearità, due proprietà di traslazione e cambio di scala della trasformata di Laplace.

33. Ricavare le formule della trasformata di Laplace di  $f(t) = \sin(at), \cos(at), \sinh(at), \cosh(at)$ .
34. Ricavare la formula della trasformata di Laplace di  $t^n f(t)$ .
35. Ricavare la trasformata della derivata n-esima di una funzione.
36. Derivare la formula di trasformata di una funzione periodica.
37. Definizione di antitrasformata e sue proprietà.
38. Definire il prodotto di convoluzione e dare la formula della trasformata di Laplace di un prodotto di convoluzione.
39. Trasformata dell'integrale di  $f(t)$ , ovvero di  $\int_0^t f(u) du$ .
40. Antitrasformata di funzioni razionali, sviluppo in fratti semplici nei vari casi.
41. Proprietà dei residui di funzioni razionali reali.
42. Definire la delta di Dirac, sue proprietà e sua trasformata di Laplace.
43. Definizione di funzione caratteristica, collegamento con la funzione di Heavyside.
44. Funzione Gamma di eulero e trasformata delle potenze reali  $t^p$ .
45. Definire la risposta impulsiva di un'equazione differenziale lineare omogenea e la funzione di trasferimento.
46. Equazione integrale di Volterra, risoluzione tramite trasformata di Laplace.
47. Definizione spazio vettoriale, sottospazio. Esempi.
48. Vettori linearmente indipendenti, basi, dimensione di uno spazio vettoriale.
49. Prodotto scalare e sue proprietà. Spazio euclideo. Legame con la norma.
50. Norme e distanze. Spazi normati e spazi metrici.
51. Famiglie di vettori ortogonali, indipendenza lineare. Ortonormalità e basi ortonormali.
52. Enunciare e dimostrare la disuguaglianza di Cauchy-Schwartz.
53. Spazi di funzioni, esempi.
54. Prodotto scalare in spazi di funzioni. Esempi.
55. Definizione di sistema di funzioni ortogonali e ortonormali. Basi.
56. Ortogonalità delle funzioni trigonometriche. Polinomi trigonometrici, in forma esponenziale (o complessa), relazione tra i coefficienti.
57. Successioni e convergenza in spazi normati finito e infinito dimensionali. Spazi completi (di Banach). Esempi di spazi non completi. Spazi di Hilbert.
58. Sottospazi ortogonali e decomposizione ortogonale. Coefficienti di Fourier e loro calcolo.
59. Disuguaglianza di Bessel.
60. Coefficienti di Fourier in base trigonometrica o esponenziale.
61. Proiezione ortogonale come migliore approssimazione.
62. Enunciare il Teorema di Riesz-Fischer. Identità di Parseval. Serie trigonometrica di Fourier.
63. Sviluppo trigonometrico di funzioni pari e dispari.
64. Teorema di Dirichlet (enunciato).
65. Applicazioni della serie di Fourier, problema di Basilea e simili.
66. Spettro in ampiezza e fase.
67. Sviluppo in soli seni o soli coseni.
68. Fenomeno di Gibbs.

## Parte B

1. Vettori liberi e applicati in  $R^3$ . Prodotto scalare e norma. Angoli. Versori.
2. Prodotto vettoriale e sue proprietà. Prodotto misto.
3. Tempo, velocità e accelerazione. Cinematica del punto: coordinata curvilinea, terna intrinseca, raggio di curvatura. Esempi moto circolare ed elicoidale.
4. Coordinata curvilinea, accelerazione del punto.
5. Definizione di corpo rigido. Relazione tra le velocità dei punti di un corpo rigido.
6. Spazio solidale e cambio di riferimento. Trasformazioni ortogonali.
7. Collegamento tra trasformazioni ortogonali e velocità angolare.
8. Teorema di Poisson (enunciato).
9. Legge di distribuzione delle velocità nel corpo rigido.
10. Tipi di moto rigido: traslatorio, rotatorio, roto-traslatorio, elicoidale, piano.
11. Invariante scalare. Asse di Mozzi. Atto di moto rigido.
12. Moto piano e Teorema di Chasles.
13. Matrice di rotazione nel piano e applicazioni.
14. Legge di distribuzione delle accelerazioni nel corpo rigido. Accelerazione centripeta.
15. Moti relativi, trasformazione della velocità.
16. Accelerazione relativa, teorema di Coriolis. Casi particolari, trasformazione di Galileo.
17. Vincoli, classificazione (olonomi, fissi, bilateri, lisci). Esempi nel piano e nello spazio.
18. Cerniere, carrelli, pattini come vincoli.
19. Vincoli e gradi di libertà, esempi per corpi rigidi nello spazio e nel piano.
20. Spostamenti infinitesimi e virtuali. Reversibilità.
21. Coordinate, essenziali e indipendenti. Spazio delle configurazioni.
22. Vincolo di rotolamento. Rotolamento del disco e scelta di una coordinata.
23. Vincoli labili. Sistemi di vincoli iperstatici e isostatici.
24. Definizione e calcolo del centro di massa (baricentro) nel caso discreto e continuo. Esempi.
25. Piani diametrali e piani di simmetria materiale.
26. Corpi piani: rette diametrali e di simmetria materiale.
27. Legge di composizione dei baricentri. Caso sottrattivo.
28. Baricentri di corpi piani, corpi con rette o piani di simmetria o diametrali. Baricentro del triangolo.
29. Esempi: baricentro di un settore circolare, di un arco.
30. Definizione di momento d'inerzia nel caso discreto e continuo.
31. Enunciare e dimostrare Teorema di Huygens-Steiner sul momento d'inerzia.
32. Esempi utili: momenti di inerzia di un rettangolo, di un'asta, di un'asta inclinata, di un disco.
33. Momenti di inerzia di un corpo piano.
34. Matrice d'inerzia, derivazione e proprietà. Caso del corpo piano.
35. Assi principali d'inerzia e ellissoide d'inerzia. Corpi giroscopici, oblati, prolati.
36. Assi principali d'inerzia in corpi piani e corpi con simmetrie materiali.
37. Matrice (principale e) centrale d'inerzia.

38. Forze, tipi di forze.
39. Forze applicate, retta di applicazione. Momento di una forza.
40. Sistema di forze applicate, risultante e momento. Trasformazione del momento.
41. Invariante scalare e asse centrale di un sistema di forze.
42. Particolari sistemi di forze (nullo, equilibrato, coppia, piano, concorrenti, parallele).
43. Sistemi di forze equivalenti, riduzione nei vari casi.
44. Riduzione di un sistema di forze parallele, centro di applicazione (caso della forza peso).
45. Lavoro infinitesimo di una forza.
46. Lavoro finito, caso delle forze conservative. Definizione di forza conservativa.
47. Esempi di forze conservative e loro potenziale (costante, molla, campo gravitazionale ed elettrico).
48. Lavoro infinitesimo su un corpo rigido, e sistemi di forze equivalenti.
49. Moto rotatorio di un corpo rigido soggetto a una coppia pura, potenziale angolare. Molla torsionale.
50. Lavoro infinitesimo su un sistema sottoposto a vincoli olonomi, componenti generalizzate (lagrangiane) delle forze.
51. Forze generalizzate per sistemi conservativi.
52. Meccanica: prima legge del moto, riferimenti inerziali. Seconda e terza legge. Sovrapposizione delle forze.
53. Equazioni del moto. Determinismo meccanico e Problema di Cauchy.
54. Forze fittizie in riferimenti non inerziali.
55. Forze interne ed esterne.
56. Statica: quiete ed equilibrio.
57. Postulato delle reazioni vincolari.
58. Statica, equazioni cardinali. Caso dei corpi rigidi.
59. Vincoli ideali e principio dei lavori virtuali. Condizione di equilibrio.
60. Stabilità delle configurazioni di equilibrio. Caso delle forze conservative in una o più dimensioni.
61. Applicazione delle equazioni cardinali della statica alla ricerca delle reazioni vincolari. Reazioni vincolari esterne e interne.
62. Sistemi di riferimento rotanti e forza centrifuga. Potenziale.
63. Dinamica del punto. Caso delle forze conservative, energia cinetica ed energia meccanica totale.
64. Quantità di moto. Collegamento col moto del centro di massa di un sistema.
65. Momento della quantità di moto (momento angolare) e cambio di polo.
66. Momento angolare relativo (nel riferimento del baricentro).
67. Teorema di Koenig per l'energia cinetica (dim.).
68. Energia cinetica di un corpo rigido, caso rotatorio.
69. Equazioni cardinali della dinamica. Principi di conservazione.
70. Potenza. Legame tra energia cinetica e lavoro.
71. Componenti lagrangiane della forza d'inerzia.
72. Equazioni di Lagrange e Lagrangiana.

**Gli argomenti riflettono le lezioni svolte nell'A.A. 2021-2022**

**Questo elenco non è indicativo per successivi elenchi di argomenti d'esame o di lezione.**