Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2013-2014
Prova scritta di Fisica Matematica - 20 Ottobre 2014

Prof. P. Falsaperla

Soluzioni parte A

1. Singolarità eliminabile in $z = 1$, poli semplici in $z = \pm 2i$, polo doppio in $z = -1$ con residuo $\frac{7}{25e}$. Il polo in $z = -1$ è l'unico interno alla circonferenza, quindi
$$\oint_\gamma f(z)\,dz = \frac{14}{25}\frac{\pi}{e}i.$$

2. (a)
$$\hat{f}(\omega) = -i\,\mathrm{sgn}(t)\sqrt{\frac{\pi}{2}}e^{4it}e^{-\sqrt{6}|t|}.$$
(b) I poli (semplici) della funzione di trovano in $z = \pm\sqrt{2} \pm i\sqrt{2}$. L'integrale risulta pari a
$$\frac{\pi}{4}e^{-2\sqrt{2}}\sin(2\sqrt{2}).$$

3.
$$y(t) = -\frac{2}{3}t\,e^{-t} + e^{\frac{t}{2}}\left[\cos(\frac{\sqrt{3}}{2}t) + \frac{\sqrt{3}}{9}\sin(\frac{\sqrt{3}}{2}t)\right].$$

Soluzioni parte B

1. Le configurazioni di equilibrio con $\theta = \pi/3$ si trovano per $\mu = 2\sqrt{3}$ e sono date da $(\pi/3, 0)$ e $(\pi/3, \pi)$, entrambe instabili.

2. Le reazioni vincolari in entrambe le soluzioni sono date da:
$$\mathbf{\Phi}_O = \frac{11\sqrt{3}}{6}mg\,\mathbf{i} + 4mg\,\mathbf{j}, \quad \mathbf{\Phi}_A = \frac{\sqrt{3}}{6}mg\,\mathbf{i}, \quad \mathbf{\Phi}_B = -\frac{\sqrt{3}}{6}mg\,\mathbf{i} + mg\,\mathbf{j}.$$

3. (a)
$$T_{OB} = \frac{2}{3}mR^2\dot{\theta}^2; \quad T_{guida} = 2mR^2\dot{\theta}^2; \quad T_{AB} = \frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2 + 4mR^2\cos^2\theta\dot{\theta}^2 + \frac{1}{6}mR^2\dot{\theta}^2$$
(b)
$$\mathbf{I}^G = mR^2\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{47}{24} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{71}{24} \end{bmatrix}.$$