

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2013-2014  
Prova scritta di Fisica Matematica - 3 Ottobre 2014

Prof. P. Falsaperla

**Soluzioni parte A**

1. La funzione ha poli doppi in  $z = \pm 1$  e poli semplici in  $z = k$ , con  $k \neq \pm 1$ . I poli compresi in  $\gamma$  sono  $z = 0, z = 1$ , con residui  $-1/\pi$  e  $-e/(4\pi)$ , l'integrale risulta quindi pari a  $\oint_{\gamma} f(z) dz = -(2 + e/2)i$ .
2. (a) La funzione ha poli semplici in  $z = \pm\pi$  con residuo in entrambi i punti pari a  $-1/(2\pi^4)$  e un polo semplice anche in  $z = 0$  con residuo  $1/(3\pi^2)$ .  
(b) La funzione

$$\frac{ze^{i\pi z}}{(z^2 + 1)(z^2 + 2z + 2)}$$

ha poli semplici in  $z = \pm i$  e  $z = -1 \pm i$ , i residui in  $z = i$  e  $z = -1 + i$  sono rispettivamente

$$\frac{e^{-\pi}}{10}(1 - 2i), \frac{e^{-\pi}}{10}(1 - 3i).$$

e l'integrale risulta pari a  $\pi e^{-\pi}$ .

3. Si ricava

$$y(t) = 2e^t - e^{2t} + H(t-2) \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{2(t-2)} - e^{t-2} \right).$$

**Soluzioni parte B**

- 1) Due configurazioni di equilibrio  $(s, \theta)$  pari a  $(L, \pi/4)$  (stabile) e  $(L, 5\pi/4)$  (instabile).

- 2) Forza e momento di reazione vincolare in  $A$  dati da

$$\mathbf{\Phi}_A = 16 mg \mathbf{j}, \quad \mathbf{M}_A = \frac{5}{4} mgL(7\sqrt{2} - 6) \mathbf{k}.$$

- 3a)

$$T_{AB} = m\dot{s}^2, \quad T_R = 2m(\dot{s}^2 + 10L \cos \theta \dot{s} \dot{\theta} + 25L^2 \dot{\theta}^2) + \frac{34}{3} mL^2 \dot{\theta}^2.$$

- 3b) Matrice principale e centrale d'inerzia di  $R$

$$\mathbf{I} = mL^2 \begin{bmatrix} \frac{52}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{16}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{68}{3} \end{bmatrix}.$$