

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2013-2014  
Prova scritta di Fisica Matematica - 17 Luglio 2014

Prof. P. Falsaperla

---

**Soluzioni parte A**

1. Singolarità eliminabile in  $z = 0$ , poli semplici in  $z = \pm i\pi$  con residui  $\pm i(\pi - \sinh(\pi))/(2\pi^4)$ .

$$\oint_{\gamma} f(z) dz = \frac{\sinh(\pi) - \pi}{\pi^3}.$$

2. (a) Singolarità eliminabili in  $z = \pm 1/2$ , poli semplici in  $z = \pm i/2$  con residui  $\pm \frac{i}{8} \cosh(\pi/2)$ .  
(b)

$$\frac{\pi}{2e} \sinh 1 = \frac{\pi}{4}(1 - e^{-2})$$

- 3.

$$y(t) = -7e^t + 4(1+t)e^{2t}.$$

**Soluzioni parte B**

1. Le 8 configurazioni di equilibrio:  $(\theta, \varphi) = (\pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{6}, \pm \frac{\pi}{2}), (\frac{5}{6}\pi, \pm \frac{\pi}{2})$ . La configurazione  $(\frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{2})$  è instabile.

2. Reazioni vincolari nella configurazione indicata:  $\Phi_O = 5\sqrt{3}mg \mathbf{i} + 3mg \mathbf{j}$ ,  $\Phi_B = 2mg \mathbf{j}$ , reazione vincolare sull'asta  $OA$  in  $A$ ,  $\Phi_A = -2mg \mathbf{j}$ .

- 3a. Energia cinetica:

$$T_P = \frac{1}{2}mR^2(\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 + 2\cos(\theta - \varphi)\dot{\theta}\dot{\varphi} + 8\sin^2\theta\dot{\theta}^2 + 4\sin\theta\sin\varphi\dot{\theta}\dot{\varphi}),$$

$$T_{OA} = \frac{2}{3}mR^2\dot{\theta}^2,$$

$$T_{AB} = [\frac{2}{3} + 4(\sin\theta)^2]mR^2\dot{\theta}^2,$$

$$T_{Guida} = [2 + 8(\sin\theta)^2]mR^2\dot{\theta}^2.$$

- 3b. Matrice principale e centrale d'inerzia del sistema indicato

$$\mathbf{I}^G = mR^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{25}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{37}{12} \end{bmatrix}$$