Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2013-2014

23 Giugno 2014

Soluzioni Parte A

1. Polo del primo ordine in $z = 1$ con residuo $\dfrac{1}{e^{2\pi}-1}$, poli del primo ordine in $z_k = ki$ (k intero relativo) con residui $-\dfrac{1+ki}{2\pi(1+k^2)}$. I punti che ricadono all'interno della circonferenza sono $z = 1$, $z = 0$ ($k = 0$), $z = i$ ($k = 1$), quindi

$$\oint_\gamma f(z)\,dz = 2\pi i\left(\frac{1}{e^{2\pi}-1} - \frac{3+i}{4\pi}\right).$$

2. (a) Essendo $z^4 - 16 = (z^2-4)(z^2+4) = (z-2)(z+2)(z-2i)(z+2i)$, abbiamo quattro singolarità: $z = \pm 2$ poli del primo ordine con residuo $\frac{i}{64}(e^{2\pi} - e^{-2\pi})$; $z = \pm 2i$ singolarità eliminabili.

   (b) $\hat{h}(x) = \frac{2}{3}\pi e^{-2\omega}$ per $\omega \geq 0$, $\hat{h}(x) = \frac{2}{3}\pi e^{\omega}$ per $\omega \leq 0$.

3. $y(t) = \frac{1}{3}e^{-t}(\sin t + \sin 2t)$.

Soluzioni Parte B

1. Configurazioni di equilibrio: $(s, \theta) = (\frac{1}{2}L, -\frac{\pi}{2})$ instabile, $(\frac{5}{2}L, \frac{\pi}{2})$ stabile.

2. Reazioni vincolari: $\mathbf{\Phi}_E = -2mg\mathbf{i} - 2mg\mathbf{j}$ in entrambe le configurazioni.

3. Energia cinetica: $T_{Lamina} = m\dot{s}^2 + \frac{1}{6}mL^2\dot{\theta}^2$, $T_C = m(2\dot{s}^2 + L^2\dot{\theta}^2 - 2L\dot{s}\dot{\theta}(\sin\theta + \cos\theta))$, $T_A = \frac{1}{2}m(2\dot{s}^2 + L^2\dot{\theta}^2 + 2L\dot{s}\dot{\theta}(\sin\theta + \cos\theta))$. $T = 4m\dot{s}^2 + \frac{5}{3}mL^2\dot{\theta}^2 - mL\dot{s}\dot{\theta}(\cos\theta + \sin\theta)$.

4. Matrice principale e centrale d'inerzia:

$$\mathbf{I}^G = mL^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{35}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{37}{12} \end{bmatrix}.$$