

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2013-2014

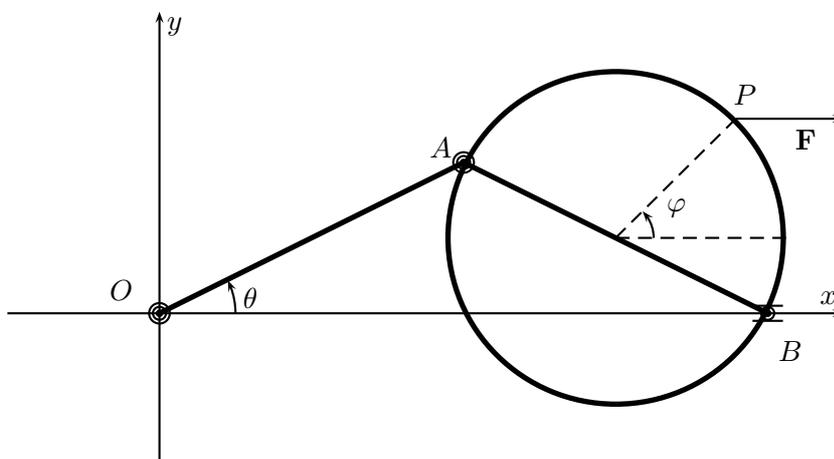
Prova *in itinere* di Fisica Matematica - 12 Giugno 2014

Prof. P. Falsaperla

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un'asta OA omogenea di lunghezza $2R$ e massa m con l'estremo O incernierato a un punto fisso del piano e l'estremo A incernierato ad una seconda asta AB di uguale massa e lunghezza, il cui estremo B è vincolato a scorrere sull'asse orizzontale passante per O . All'asta AB è saldata una guida circolare omogenea di raggio R e massa $4m$ in modo che AB coincida con un diametro (i punti O, A, B formano sempre un triangolo isoscele di base OB e altezza verticale). Sul sistema, oltre alla forza peso, agisce una forza orizzontale costante $\mathbf{F} = (F, 0)$ applicata ad un punto P della guida (il punto P è di massa trascurabile, quindi non soggetto alla forza peso). Tutti i vincoli si intendono lisci.

Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane θ e φ indicate in figura, e sapendo che $F = 2mg$, determinare:

- 1) Tutte le configurazioni di equilibrio del sistema (facoltativo: studiare la stabilità della configurazione $(\theta, \varphi) = (\frac{3}{4}\pi, 0)$).
- 2) Le reazioni vincolari esterne in O e B , e le reazioni interne in A nella configurazione di equilibrio indicata al punto 1.
- 3) L'energia cinetica totale del sistema.
- 4) La matrice principale centrale d'inerzia del sistema costituito dall'asta AB , la guida circolare ed un punto Q di massa m saldato sulla guida in una posizione equidistante da A e B .



Soluzioni.

- 1) Configurazioni di equilibrio: $(\theta, \varphi) = (\frac{3}{4}\pi, 0)$ instabile, $(\frac{3}{4}\pi, \pi)$, $(-\frac{\pi}{4}, 0)$, $(-\frac{\pi}{4}, \pi)$.
- 2) Reazioni vincolari nella configurazione indicata: $\Phi_O = -2mg\mathbf{i} + \frac{5}{2}mg\mathbf{j}$, $\Phi_B = \frac{7}{2}mg\mathbf{j}$, reazione vincolare sull'asta OA in A , $\Phi_A = 2mg\mathbf{i} - \frac{3}{2}mg\mathbf{j}$.
- 3) Energia cinetica: $T_{OA} = \frac{2}{3}mR^2\dot{\theta}^2$, $T_{AB} = [\frac{2}{3} + 4(\sin\theta)^2]mR^2\dot{\theta}^2$, $T_{Guida} = [4 + 16(\sin\theta)^2]mR^2\dot{\theta}^2$, $T = [\frac{16}{3} + 20(\sin\theta)^2]mR^2\dot{\theta}^2$.
- 4) Matrice principale e centrale d'inerzia del sistema indicato

$$\mathbf{I}^G = mR^2 \begin{bmatrix} \frac{7}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{17}{6} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{31}{6} \end{bmatrix}$$