

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2013-2014

Prova *in itinere* di Fisica Matematica - 10 Giugno 2015

Prof. P. Falsaperla

Non è ammessa la consultazione di appunti.

Non è permesso allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito.

Esibire documento d'identità. Tempo di svolgimento della prova: 90 min.

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da una lamina quadrata $ABCD$ di massa $6m$ e lato $3L$. Sul lato AB è saldata un'asta omogenea di massa $3m$ (e lunghezza $3L$). Il punto medio O del lato CD è vincolato tramite una cerniera a un punto fisso del piano. Il punto medio H del lato AB è connesso tramite una molla di costante elastica $k = \frac{4mg}{3L}$ all'estremo F di un'asta omogenea EF di lunghezza $3\sqrt{2}L$ e massa m . L'altro estremo E dell'asta è vincolato a scorrere sull'asse orizzontale passante per O tramite un pattino che mantiene l'asta inclinata di $\frac{\pi}{4}$ rispetto alla verticale come da figura. Tutti i vincoli si intendono lisci.

Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane s e θ indicate in figura, determinare:

- 1) Tutte le configurazioni di equilibrio del sistema.
- 2) Le reazioni vincolari in O ed E nelle configurazioni di equilibrio. (*si consiglia di applicare le eq. cardinali della statica separatamente alla lamina e all'asta*).

Calcolare una delle due seguenti quantità:

- 3a) L'energia cinetica totale del sistema. (facoltativo: le equazioni di Lagrange del sistema).
- 3b) La matrice principale centrale d'inerzia del corpo costituito dalla lamina e l'asta AB .

Nota: Momento d'inerzia di una lamina quadrata omogenea di massa M e lato ℓ rispetto a un'asse passante per il baricentro e ortogonale al piano della lamina $I = \frac{1}{6}M\ell^2$. Momento d'inerzia di un'asta omogenea di massa M e lunghezza ℓ rispetto a un'asse passante per il baricentro e ortogonale all'asta $I = \frac{1}{12}M\ell^2$.

