

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2012-2013

Prova integrativa di Fisica Matematica - 16 Dicembre 2013

Prof. P. Falsaperla

Durata della prova 60 min, non è permesso l'uso di appunti. Esibire documento d'identità.

Chi deve svolgere la parte A, deve svolgere tutti e tre gli esercizi.

A ogni studente che svolge la parte B verrà indicato quali punti risolvere.

Parte A

Classificare le singolarità al finito delle seguenti funzioni e calcolarne i residui:

$$f(z) = \frac{1}{z \sin(z)}, \quad f(z) = \frac{1}{z(e^z - 1)}, \quad f(z) = \frac{\cos(\pi z)}{(z+1)^4}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un disco omogeneo di raggio R e massa m avente il centro C vincolato a scorrere su un asse orizzontale. Il disco è libero di ruotare attorno a C , inoltre sul suo bordo è fissato un corpo puntiforme P di massa m . Oltre alla forza peso, sul sistema agisce una forza elastica $-k(P - O)$, dove O è un punto fisso dell'asse orizzontale.

Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane s e θ indicate in figura (con $\theta \in (0, 2\pi)$), e sapendo che $k = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{mg}{R}$, determinare:

- 1) Le configurazioni di equilibrio del sistema attraverso il calcolo del potenziale.
- 2) Le reazioni vincolari in C nelle configurazioni di equilibrio date da $(s, \theta) = (0, \frac{\pi}{2}), (0, \frac{3}{2}\pi), (-\frac{R}{2}, \frac{5}{3}\pi), (\frac{R}{2}, \frac{4}{3}\pi)$.
- 3a) L'energia cinetica totale del sistema (facoltativo: le equazioni di Lagrange del sistema).
- 3b) La matrice principale centrale d'inerzia del sistema costituito dal disco e dal punto P .

Gli studenti di Ing. Ind. svolgano il punto 3a, gli studenti di Ing. Mecc. il punto 3b.

