

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2013-2014

Prova integrativa di Fisica Matematica - 3 Marzo 2014

Prof. P. Falsaperla

Non è possibile allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità. Svolgimento di una sola delle due Parti: 60 min. Svolgimento intero compito: 120 min. Ogni studente risolve solo i quesiti indicati dal docente.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito delle seguenti funzioni e calcolarne i residui:

$$f(z) = \frac{\sin iz}{z^2 + \pi^2}, \quad g(z) = \frac{z + 1}{z \sin \pi z}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da una **lamina quadrata** omogenea ABCD di massa m e lato $L\sqrt{2}$, sul cui vertice A è saldato un **punto materiale** di massa m . Il sistema può ruotare liberamente attorno al vertice C opposto ad A che è fisso nel piano. Nel centro G della lamina è incernierata un'asta omogenea di lunghezza $2L$ e massa m . Sul punto A agisce una forza elastica $-k(A - \bar{A})$ dove \bar{A} è la proiezione di A sull'asse verticale passante per C. Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane θ e α indicate in figura, e sapendo che $k = 2\frac{mg}{L}$, determinare:

- 1) Le configurazioni di equilibrio del sistema.
- 2) Le reazioni vincolari in C e G nelle configurazioni di equilibrio date da (θ, α) pari a $(\pi/6, \pi/2)$ e $(-\pi/2, -\pi/2)$.
- 3a) L'energia cinetica totale del sistema.
- 3b) La matrice principale centrale d'inerzia del sistema costituito dalla lamina e il punto.

Nota: momento d'inerzia di una lamina quadrata omogenea di massa M e lato a rispetto a qualunque asse del piano passante per il suo centro, $I = \frac{1}{12}Ma^2$.

