

## Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2012-2013  
Prova scritta integrativa di Fisica Matematica - 15 Gennaio 2014

Prof. P. Falsaperla

---

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate di Laplace.  
Svolgimento di una sola delle due Parti: 60 min. Svolgimento intero compito: 120 min.  
Ogni studente risolve solo i quesiti indicati dal docente.

---

### Parte A

Tramite le trasformate di Laplace, risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

$$1) \begin{cases} y'' + 3y' + 2y = 2 \\ y(0) = -1, \quad y'(0) = -3 \end{cases}$$
$$2) \begin{cases} y'' + 2y' + y = 1 + e^{-t} \\ y(0) = 3, \quad y'(0) = -5 \end{cases}$$

### Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un telaio quadrato formato da quattro aste di uguale massa  $m$  e uguale lunghezza  $2a$ . Il vertice  $A$  del telaio è vincolato a scorrere su un asse orizzontale, inoltre il telaio è libero di ruotare attorno ad  $A$ . Oltre alla forza peso, sul sistema agisce una forza elastica  $-k(C - O)$  applicata al vertice  $C$  opposto ad  $A$ , dove  $O$  è un punto fisso dell'asse orizzontale. Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane  $s$  e  $\theta$  indicate in figura (con  $\theta \in (-\pi, \pi)$ ), e sapendo che  $k = mg/a$ , determinare:

- 1) Tutte le configurazioni di equilibrio del sistema tramite il calcolo del potenziale.
- 2) Le reazioni vincolari in  $A$  nelle configurazioni di equilibrio  $(s, \theta)$  date da  $(0, 0)$  e  $(2a, -\pi/4)$ .
- 3) L'energia cinetica totale del sistema.

