

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2012-2013

Prova scritta di Fisica Matematica - 29 Novembre 2013

Prof. P. Falsaperla

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate di Laplace.
Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito delle seguenti funzioni e calcolarne i residui:

$$f(z) = \frac{e^{iz}}{(z+i)^2(z-i)^2}, \quad g(z) = \frac{\cos(z)}{\sin(z)} - \frac{1}{z}$$

2. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 4t + 12e^{-t} \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 6 \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un'asta OC omogenea di lunghezza $3R$ e massa $2m$ incerniera in O e un disco omogeneo di raggio R e massa $4m$ avente il centro incernierato all'estremo C dell'asta. Inoltre sul bordo del disco è fissato rigidamente un corpo puntiforme P di massa m . Le cerniere si intendono lisce.

Oltre alla forza peso, sul sistema agiscono: una forza elastica $-k(B - \bar{B})$, dove B è il punto dell'asta con $|OB| = R$, e \bar{B} è la proiezione di B sull'asse orizzontale passante per O ; una forza orizzontale costante $(-F, 0)$ applicata al punto S diametralmente opposto a P .

Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane θ e φ indicate in figura, e posto $k = \lambda \frac{mg}{R}$, $F = \mu mg$ con $\lambda, \mu > 0$, determinare:

- 1) Per quali valori di λ e μ esiste una configurazione di equilibrio con $\theta = \varphi = \pi/3$.
 - 2) Le reazioni vincolari in O e le reazioni interne in C in tale configurazione.
 - 3a) L'energia cinetica totale del sistema (facoltativo: le equazioni di Lagrange del sistema).
 - 3b) La matrice principale centrale d'inerzia del sistema costituito dal disco e la massa in P .
- Gli studenti di Ing. Ind. svolgano il punto 3a, gli studenti di Ing. Mecc. il punto 3b.

