Fisica Matematica	————	L.T. in Ingegneria Industriale
II Recupero	A.A. 2025–26	29 aprile 2026 (2h 30m)

AC. Usando il metodo dei residui si calcoli l'integrale

$$\int_{\vartheta=0}^{2\pi} \frac{1}{-5+4\cos\vartheta}\, d\vartheta$$

TL. Usando le trasformate di Laplace, si determini la soluzione dell'equazione differenziale

$$\begin{cases} y^{(4)} + 5y'' + 4y = 3\delta(t-\pi), \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0. \end{cases}$$

(Si utilizzi appropriatamente la formula 27, sulla traslazione in t.)

MR. In un sistema di riferimento $(O, \vec{i}, \vec{j})$ con $\vec{j}$ verticale ascendente, sono date due aste rigide di lunghezza 2ℓ e massa m. La prima asta, AB, ha centro di massa G vincolato a scorrere sul ramo nel secondo quadrante della iperbole di equazione $xy = -\ell^2$. La seconda asta, CD, ha centro di massa H vincolato a scorrere sul ramo nel primo quadrante della iperbole di equazione $xy = \ell^2$. Le aste sono vincolate a rimanere verticali, con gli estremi B, D verso l'alto ed A, C verso il basso. I due estremi B e D sono collegati da una molla di costante elastica $k = mg/(2\ell)$. Il sistema è soggetto alla forza di gravità.

1. Si scelgano come coordinate lagrangiane $r < 0$, la coordinata x di OG (sempre negativa) ed $s > 0$, la coordinata x di OH (sempre positiva).
2. Si scriva la funzione potenziale o energia potenziale del sistema.
3. Si scrivano le condizioni per l'equilibrio, e si verifichi che la configurazione $r = -\ell$, $s = \ell$ sia di equilibrio.
4. Si calcolino le reazioni vincolari su H quando il sistema si trova all'equilibrio.
5. Si studi la stabilità dell'equilibrio trovato al punto precedente.

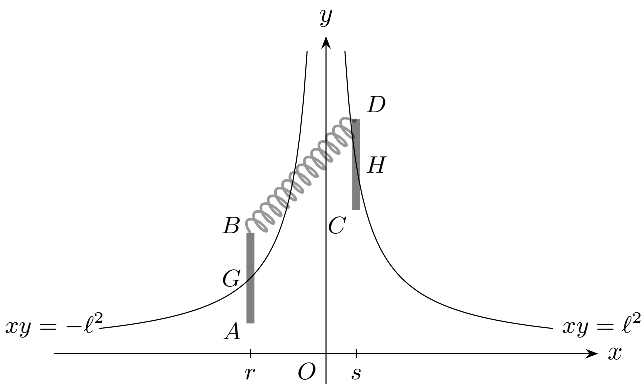

Table of Laplace Transforms

	$f(t)=\mathfrak{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s)=\mathfrak{L}\{f(t)\}$		$f(t)=\mathfrak{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s)=\mathfrak{L}\{f(t)\}$
1.	1	$\dfrac{1}{s}$	2.	$\mathbf{e}^{at}$	$\dfrac{1}{s-a}$
3.	$t^n, \quad n=1,2,3,\ldots$	$\dfrac{n!}{s^{n+1}}$	4.	$t^p, p > -1$	$\dfrac{\Gamma(p+1)}{s^{p+1}}$
5.	$\sqrt{t}$	$\dfrac{\sqrt{\pi}}{2s^{\frac{3}{2}}}$	6.	$t^{n-\frac{1}{2}}, \quad n=1,2,3,\ldots$	$\dfrac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)\sqrt{\pi}}{2^n s^{n+\frac{1}{2}}}$
7.	$\sin(at)$	$\dfrac{a}{s^2+a^2}$	8.	$\cos(at)$	$\dfrac{s}{s^2+a^2}$
9.	$t\sin(at)$	$\dfrac{2as}{(s^2+a^2)^2}$	10.	$t\cos(at)$	$\dfrac{s^2-a^2}{(s^2+a^2)^2}$
11.	$\sin(at)-at\cos(at)$	$\dfrac{2a^3}{(s^2+a^2)^2}$	12.	$\sin(at)+at\cos(at)$	$\dfrac{2as^2}{(s^2+a^2)^2}$
13.	$\cos(at)-at\sin(at)$	$\dfrac{s(s^2-a^2)}{(s^2+a^2)^2}$	14.	$\cos(at)+at\sin(at)$	$\dfrac{s(s^2+3a^2)}{(s^2+a^2)^2}$
15.	$\sin(at+b)$	$\dfrac{s\sin(b)+a\cos(b)}{s^2+a^2}$	16.	$\cos(at+b)$	$\dfrac{s\cos(b)-a\sin(b)}{s^2+a^2}$
17.	$\sinh(at)$	$\dfrac{a}{s^2-a^2}$	18.	$\cosh(at)$	$\dfrac{s}{s^2-a^2}$
19.	$\mathbf{e}^{at}\sin(bt)$	$\dfrac{b}{(s-a)^2+b^2}$	20.	$\mathbf{e}^{at}\cos(bt)$	$\dfrac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$
21.	$\mathbf{e}^{at}\sinh(bt)$	$\dfrac{b}{(s-a)^2-b^2}$	22.	$\mathbf{e}^{at}\cosh(bt)$	$\dfrac{s-a}{(s-a)^2-b^2}$
23.	$t^n\mathbf{e}^{at}, \quad n=1,2,3,\ldots$	$\dfrac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	24.	$f(ct)$	$\dfrac{1}{c}F\left(\dfrac{s}{c}\right)$
25.	$u_c(t)=u(t-c)$ Heaviside Function	$\dfrac{\mathbf{e}^{-cs}}{s}$	26.	$\delta(t-c)$ Dirac Delta Function	$\mathbf{e}^{-cs}$
27.	$u_c(t)f(t-c)$	$\mathbf{e}^{-cs}F(s)$	28.	$u_c(t)g(t)$	$\mathbf{e}^{-cs}\mathfrak{L}\{g(t+c)\}$
29.	$\mathbf{e}^{ct}f(t)$	$F(s-c)$	30.	$t^n f(t), \quad n=1,2,3,\ldots$	$(-1)^n F^{(n)}(s)$
31.	$\dfrac{1}{t}f(t)$	$\int_s^{\infty}F(u)\,du$	32.	$\int_0^t f(v)\,dv$	$\dfrac{F(s)}{s}$
33.	$\int_0^t f(t-\tau)g(\tau)\,d\tau$	$F(s)G(s)$	34.	$f(t+T)=f(t)$	$\dfrac{\int_0^T \mathbf{e}^{-st}f(t)\,dt}{1-\mathbf{e}^{-sT}}$
35.	$f'(t)$	$sF(s)-f(0)$	36.	$f''(t)$	$s^2F(s)-sf(0)-f'(0)$
37.	$f^{(n)}(t)$	$s^nF(s)-s^{n-1}f(0)-s^{n-2}f'(0)\cdots-sf^{(n-2)}(0)-f^{(n-1)}(0)$			