

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2014-2015
Prova scritta di Fisica Matematica - 20 Novembre 2015

Prof. P. Falsaperla

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.
Non è possibile allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.
Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito di

$$f(z) = \frac{\sin(\pi z)}{(z^2 + 1)(z + 1)^2}, \quad \text{e valutare} \quad \oint_{\gamma} f(z) dz,$$

dove γ è la circonferenza di equazione $|z + 1 - i| = 2$ percorsa nel verso positivo.

2. Calcolare attraverso il teorema dei residui il seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin(\pi x)}{x^2 + 4x + 5} dx$$

3. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 5y = e^{-t} \sin(t) \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un'asta omogenea OA di lunghezza $2L$ e massa $2m$, ai cui estremi sono saldati i punti medi di altre due aste omogenee, BC (in O) e DE (in A), ortogonali ad OA , di lunghezza $2L$ e massa rispettivamente $3m$ e m . Il sistema costituito dalle tre aste è libero di ruotare tramite una cerniera liscia attorno al punto fisso O . Oltre che alla forza peso il sistema è soggetto ad una forza elastica $\mathbf{F} = -k(A - \bar{A})$, applicata ad A , con \bar{A} proiezione di A sull'asse orizzontale passante per O . Assunti il sistema di riferimento e la (unica) variabile lagrangiana θ indicate in figura e ponendo $k = \lambda \frac{mg}{L}$ (con $\lambda > 0$), determinare:

- 1) Le configurazioni di equilibrio del sistema, discutendone l'esistenza al variare di λ .
- 2) Le reazioni vincolari in O e la stabilità delle configurazioni di equilibrio che si hanno per $\lambda = 2$.
Svolgere uno dei due seguenti punti, calcolare
- 3a) L'energia cinetica totale del sistema.
- 3b) La matrice principale centrale d'inerzia del corpo rigido costituito dalle tre aste.

