

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2014-2015
Prova scritta di Fisica Matematica - 23 Ottobre 2015

Prof. P. Falsaperla

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.
Non è possibile allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.
Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito di

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{z^2 \sin z},$$

e valutare $\oint_{\gamma} f(z) dz$, dove γ è la circonferenza di equazione $|z - 2 - i| = 3$ percorsa nel verso positivo.

2. Calcolare attraverso il teorema dei residui il seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin(\pi x)}{(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 2)} dx$$

3. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 4t + 12e^{-t} \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 6 \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un'asta omogenea AB di lunghezza $8L$ e massa m vincolata nell'estremo A a un carrello senza cerniera (pattino) che scorre su un'asse orizzontale, in modo da mantenersi costantemente verticale. All'estremo B è vincolata tramite una cerniera una lamina rettangolare di lati rispettivamente $4L$ e $8L$ e massa m . La lamina è incernierata a B nel punto medio di un lato di lunghezza $4L$, come da figura. Oltre alla forza peso, sul sistema agisce una forza elastica $\mathbf{F}_{el} = -\alpha \frac{mg}{L}(D - O)$ applicata al punto medio D di AB , dove O è un punto fisso dell'asse orizzontale, e una forza costante $\mathbf{F} = (\alpha mg, 0)$ applicata a C , punto medio del lato di R opposto al lato contenente B . Inoltre sul segmento BC ad una distanza $6L$ da B è saldato un punto materiale E di massa m . Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane s e θ indicate in figura, e sapendo che $\alpha = \frac{5}{4}$, determinare:

- 1) Tutte le configurazioni di equilibrio del sistema tramite il calcolo del potenziale, studiandone la stabilità.
- 2) Le reazioni vincolari (forze e momenti) in A e le reazioni interne in B nella configurazione di equilibrio $(s, \theta) = (L, \pi/4)$.

Svolgere uno dei due seguenti punti, determinare:

- 3a) L'energia cinetica totale del sistema.
- 3b) La matrice principale e centrale d'inerzia del corpo costituito dalla lamina e il punto E .

