

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2014-2015
Prova scritta di Fisica Matematica - 5 Ottobre 2015

Prof. P. Falsaperla

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate di Laplace. Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito di

$$f(z) = \frac{\sin(\pi z)}{\cos(\pi z)(z^4 - 1)}, \quad \text{e valutare} \quad \oint_{\gamma} f(z) dz,$$

dove γ è la circonferenza di equazione $|z - 1 - i| = 2$ percorsa nel verso positivo.

2. Calcolare attraverso il teorema dei residui il seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^4 + 8x^2 + 16} dx$$

3. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 1 + e^{-t} \\ y(0) = 3, \quad y'(0) = -5 \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un disco omogeneo di raggio R e massa $2m$ avente il centro C vincolato tramite un carrello liscio a un asse orizzontale. Sul suo bordo sono fissati un corpo puntiforme P di massa $4m$ e un'asta AB di lunghezza R e massa $2m$ saldata ortogonalmente al bordo del disco nel punto diametralmente opposto a P . Oltre alla forza peso, sul sistema agisce una forza elastica $-k(P - \bar{P})$, dove \bar{P} è la proiezione di P su un asse fisso verticale, e una forza costante orizzontale $\mathbf{F} = (\frac{1}{3}mg, 0)$ applicata in A . Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane s e θ indicate in figura, ed essendo $k = \frac{mg}{R}$, determinare:

- 1) Le configurazioni di equilibrio del sistema.
- 2) Le reazioni vincolari in C e B nelle configurazioni di equilibrio.

Svolgere uno dei due seguenti punti, calcolare:

- 3a) L'energia cinetica totale del sistema.
- 3b) La matrice principale centrale d'inerzia del corpo rigido costituito dal disco, il punto materiale P e l'asta.

