

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2014-2015
Prova scritta di Fisica Matematica - 18 Settembre 2015

Prof. P. Falsaperla

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.
Non è permesso allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.
Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito di

$$f(z) = \frac{e^z + 1}{(z^4 - \pi^4)(e^z - 1)}, \quad \text{e valutare} \quad \oint_{\gamma} f(z) dz,$$

dove γ è la circonferenza di centro $C = (\pi, \pi)$ e raggio 2π percorsa nel verso positivo.

2. Calcolare con metodi di analisi complessa l'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 9} dx$$

3. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'''' + 8y'' + 16y = 0 \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \\ y'''(0) = 1 \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un'asta omogenea OA di lunghezza $2L$ e massa m , ai cui estremi sono saldati i punti medi di altre due aste omogenee, BC (in O) e DE (in A), ortogonali ad OA , di lunghezza $2L$ e massa rispettivamente m e $4m$. Il sistema costituito dalle tre aste è libero di ruotare tramite una cerniera liscia attorno al punto fisso O . Oltre che alla forza peso il sistema è soggetto a due forze elastiche $\mathbf{F}_1 = -k(H - \bar{H})$ e $\mathbf{F}_2 = -k(A - \bar{A})$, applicate rispettivamente al punto medio H di OA e ad A , con \bar{H} proiezione di H sull'asse orizzontale passante per O e \bar{A} proiezione di A sull'asse verticale passante per O . Assunti il sistema di riferimento e la (unica) variabile lagrangiana θ indicate in figura e ponendo $k = \lambda \frac{mg}{L}$ (con $\lambda > 0$), determinare:

- 1) Le configurazioni di equilibrio del sistema, discutendone l'esistenza al variare di λ .
- 2) Le reazioni vincolari in O e la stabilità delle configurazioni di equilibrio che si hanno per $\lambda = 6$.
Svolgere uno dei due seguenti punti, calcolare
- 3a) L'energia cinetica totale del sistema (facoltativo: le equazioni di Lagrange del sistema).
- 3b) La matrice principale centrale d'inerzia del corpo rigido costituito dalle tre aste.

