

# Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2014-2015

Prova scritta di Fisica Matematica - 17 Luglio 2015

Prof. P. Falsaperla

---

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.

Non è permesso allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.

Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

---

## Parte A

1. Classificare le singolarità al finito di

$$f(z) = \frac{e^{iz}}{4z^4 - 5\pi^2 z^2 + \pi^4}, \quad \text{e valutare} \quad \oint_{\gamma} f(z) dz,$$

dove  $\gamma$  è la circonferenza di equazione  $|z - 2 - i| = 2$  percorsa nel verso positivo.

2. Calcolare con metodi di analisi complessa l'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x - 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$$

3. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 13y = t e^{-t} \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 2 \end{cases}$$

## Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da una lamina omogenea ottenuta dall'unione di tre quadrati identici, ognuno di massa  $m$  e lato  $\sqrt{2}L$ , uniti per i loro lati come da figura. Il vertice  $A$  della lamina scorre, tramite un carrello, su una retta inclinata di  $\pi/4$  come da figura. Oltre alla forza peso, sul sistema agisce una forza elastica  $\mathbf{F} = -\lambda \frac{mg}{L}(G - \bar{G})$  applicata a  $G$ , dove  $G$  è il baricentro della lamina (suggerimento: si ricava facilmente che  $|AG| = \frac{5}{3}L$ ), e  $\bar{G}$  è la proiezione di  $G$  su un asse fisso verticale. Assunto il sistema di riferimento indicato, posta  $s$  l'ascissa di  $A$  (e quindi  $A = (s, -s)$ ), utilizzando come seconda variabile lagrangiana l'angolo  $\theta$  in figura, e assumendo  $\lambda = \sqrt{2}$ , determinare:

- 1) Le configurazioni di equilibrio del sistema (facoltativo: dire per quale  $\lambda > 0$  si avrebbe una configurazione di equilibrio con  $s = 0$ ).
- 2) Le reazioni vincolari in  $A$  nelle configurazioni di equilibrio.

*Svolgere uno dei due seguenti punti, determinare:*

- 3a) L'energia cinetica totale del sistema.
- 3b) La matrice principale centrale d'inerzia della lamina.

*Momento d'inerzia di una lamina quadrata di massa  $M$  e lato  $\ell$ : rispetto a qualunque asse del piano passante per il baricentro,  $\frac{1}{12}M\ell^2$ ; rispetto a un'asse perpendicolare al piano e passante per il baricentro,  $\frac{1}{6}M\ell^2$ .*

