

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2014-2015

Prova scritta di Fisica Matematica - 19 Giugno 2015

Prof. P. Falsaperla

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.

Non è permesso allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.

Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito di

$$f(z) = \frac{z^2 - z}{(z^2 - 2i)\sin(\pi z)}, \quad \text{e valutare} \quad \oint_{\gamma} f(z) dz,$$

dove γ è la circonferenza di equazione $|z - 1| = \frac{\pi}{2}$ percorsa nel verso positivo.

2. Risolvere uno dei due seguenti esercizi

- a) Calcolare con metodi di analisi complessa l'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{3x^2}{(x^2 + 1)^2(x^2 + 4)} dx$$

- b) Calcolare con metodi di analisi complessa l'integrale

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{5 + 3\sin\theta} d\theta$$

3. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 2y' + 2y = t^2 \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un'asta OA omogenea di lunghezza $2R$ e massa $2m$ incernierata a un punto fisso O del piano e una guida circolare omogenea di raggio R e uguale massa $2m$ saldata all'asta OA coincidente con un suo diametro. Sulla guida circolare si muove liberamente un punto P di massa m . I vincoli si intendono lisci. Oltre alla forza peso, sul sistema agisce una forza costante $\mathbf{F} = (\sqrt{3}mg, 2mg)$ applicata a P . Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane θ e φ indicate in figura, determinare:

- 1) Tutte le configurazioni di equilibrio del sistema, e valutarne la stabilità.
- 2) Le reazioni vincolari in O e in P in una delle configurazioni di equilibrio.

Svolgere uno dei due seguenti punti, valutare:

- 3a) L'energia cinetica totale del sistema (facoltativo: le equazioni di Lagrange del sistema).
- 3b) La matrice principale e centrale d'inerzia del sistema costituito dall'asta, la guida circolare e il punto P , assumendo che esso sia saldato sulla guida in un punto equidistante da O e A .

Nota: Momento d'inerzia di una circonferenza omogenea di massa M e raggio r rispetto a un asse contenente un suo diametro $I = \frac{1}{2}Mr^2$.

