

## Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2014-2015  
Prova scritta di Fisica Matematica - 22 Maggio 2015

Prof. P. Falsaperla

---

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.  
Non è permesso allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.  
Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

---

### Parte A

1. Classificare le singolarità al finito di

$$f(z) = \frac{z^2 + 1}{z \sin(z - i)}, \quad \text{e valutare} \quad \oint_{\gamma} f(z) dz,$$

dove  $\gamma$  è la circonferenza di centro  $C = 3 + i$  e raggio 4 percorsa nel verso positivo.

2. Risolvere uno dei due seguenti esercizi

- a) Calcolare con metodi di analisi complessa l'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos(x)}{x^2 - 2x + 10} dx$$

- b) Calcolare la trasformata di Fourier delle seguenti funzioni

$$f(t) = e^{-|t|} + 6t e^{-|t|}, \quad g(t) = \chi_{[0,1]}(t) t.$$

3. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = H(t-2)e^{t-2} \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 1 \end{cases}$$

### Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da una lamina rettangolare  $ABCD$  omogenea di massa  $4m$ , avente i lati  $AD, BC$  di lunghezza  $L$  e  $AB, CD$  di lunghezza  $2L$ , il cui centro  $H$  è vincolato, tramite un carrello, a scorrere su un asse verticale. Nel punto medio  $P$  di  $AD$  è fissato un corpo puntiforme di massa  $m$ . Oltre alla forza peso, sul sistema agiscono una forza elastica  $\mathbf{F}_{el} = -4\frac{mg}{L}(H - O)$  applicata al punto  $H$ , con  $O$  punto fisso dell'asse verticale, e una forza costante  $\mathbf{F} = (\sqrt{3}mg, 2mg)$  applicata a  $P$ . Assunti il sistema di riferimento e la variabile lagrangiana  $\theta$  come da figura e  $H = (0, -s)$ , determinare:

- 1) Tutte le configurazioni di equilibrio tramite il calcolo del potenziale.
- 2) Le reazioni vincolari in  $H$  in tutte le configurazioni di equilibrio.

*Svolgere uno a piacere dei due seguenti punti, determinare:*

- 3a) L'energia cinetica totale del sistema (facoltativo: le equazioni di Lagrange del sistema).
- 3b) La matrice principale e centrale d'inerzia del sistema (lamina e punto  $P$ ).

*Nota: Momento d'inerzia di una lamina rettangolare omogenea di massa  $M$  e lati  $a, b$  rispetto a un asse perpendicolare ai lati di lunghezza  $a$  ( $b$ ) e passante per il suo centro,  $I = \frac{1}{12}Ma^2$  ( $I = \frac{1}{12}Mb^2$ ).*

