

Università degli Studi di Catania
 Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
 Prova scritta di Fisica Matematica - 24 Aprile 2015
 Prof. P. Falsaperla

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.
 Non è permesso allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.
 Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito di

$$f(z) = \frac{2z \sin z}{1 - \cos(2z)}, \quad \text{e valutare} \quad \oint_{\gamma} f(z) dz,$$

dove γ è la circonferenza descritta da $|z + 3| = 4$ percorsa nel verso positivo.

2. Calcolare attraverso il teorema dei residui il seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^4 + 4x^2 + 4} dx$$

3. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y = 10t e^{-t} \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = -2 \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da una lamina quadrata omogenea $ABCD$ di lato $\sqrt{2}L$ e massa $2m$, sul cui vertice C è saldato un corpo puntiforme P di massa m . Il vertice A opposto a C è vincolato tramite un carrello a scorrere su un asse orizzontale. Oltre alla forza peso, sul sistema agiscono due forze elastiche, $\mathbf{F}_1 = -k_1(C - O)$ e $\mathbf{F}_2 = -k_2(C - E)$ applicate al punto C , con O punto fisso dell'asse orizzontale, ed E proiezione di C sull'asse orizzontale. Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane s, θ come da figura, e sapendo che $k_1 = \frac{mq}{2L}$ e $k_2 = \lambda \frac{mq}{L}$ (con $\lambda > 0$), determinare:

- 1) Per quale valore di λ esiste una configurazione di equilibrio con $\theta = \pi/3$, e determinare tutte le configurazioni di equilibrio che si hanno per tale λ .

- 2) Le reazioni vincolari in A in tutte le suddette configurazioni di equilibrio.

Svolgere uno a piacere dei due seguenti punti, determinare:

- 3a) L'energia cinetica totale del sistema (facoltativo: le equazioni di Lagrange del sistema).

- 3b) La matrice principale e centrale d'inerzia del sistema (lamina e punto P).

Nota: Momento d'inerzia di una lamina quadrata di massa M e lato ℓ rispetto a un asse ortogonale alla lamina e passante per il suo centro, $I = \frac{1}{6}M\ell^2$.

