

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2014-2015
Prova scritta di Fisica Matematica - 9 Marzo 2015

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.
Non è permesso allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.
Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito di

$$f(z) = \frac{2 - z^2 - 2 \cos z}{z^4 + z^2}, \quad \text{e valutare} \quad \oint_{\gamma} f(z) dz,$$

dove γ è la circonferenza di centro $C = 1 + i$ e raggio 2 percorsa nel verso positivo.

2. Calcolare attraverso il teorema dei residui il seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^4 + 1}{x^6 + 1} dx$$

3. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 10y' + 9y = 3t \\ y(0) = -1, \quad y'(0) = 2 \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un telaio quadrato rigido $ABCD$ di lato $2L$, in cui le aste AB , BC e DA hanno massa m , e l'asta CD ha massa $2m$. Il punto medio H dell'asta AB è vincolato, tramite un carrello, a scorrere su un asse verticale. Oltre alla forza peso, sul sistema agiscono una forza elastica $\mathbf{F}_{el} = -k(H - O)$ applicata al punto H , con O punto fisso dell'asse verticale, e una forza orizzontale costante $\mathbf{F} = (\alpha mg, 0)$ applicata al punto medio E dell'asta CD . Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane s, θ (con θ come da figura, e $H = (0, -s)$), e sapendo che $k = 10 \frac{mg}{L}$ e $\alpha = \sqrt{3}$, determinare:

- 1) Tutte le configurazioni di equilibrio tramite il calcolo del potenziale e studiarne la stabilità.
 - 2) Le reazioni vincolari in H in tutte le configurazioni di equilibrio.
- Svolgere uno a piacere dei due seguenti punti, determinare:*
- 3a) L'energia cinetica totale del sistema (facoltativo: le equazioni di Lagrange del sistema).
 - 3b) La matrice principale e centrale d'inerzia del telaio.

Nota: Momento d'inerzia di un'asta omogenea di massa M e lunghezza ℓ rispetto a un asse ortogonale all'asta e passante per il suo centro, $I = \frac{1}{12} M \ell^2$.

