

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2014-2015
Prova scritta di Fisica Matematica - 20 Febbraio 2015

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.

Non è permesso allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.

Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito di

$$f(z) = \frac{e^{z^2}}{(z^4 - 1)\sin(\pi z)}, \quad \text{e valutare} \quad \oint_{\gamma} f(z) dz,$$

dove γ è la circonferenza di centro $C = \frac{1}{2}(1 + i)$ e raggio 1 percorsa nel verso positivo.

2. Calcolare attraverso il teorema dei residui il seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)^2} dx$$

3. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' - 3y'' + 3y' - y = \sin(t) \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 1 \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da una lamina quadrata omogenea $ABCD$ di massa $4m$ e lato $2L$, su cui è saldata un'asta omogenea di massa m coincidente col lato AB . Il punto medio H del lato AB è vincolato, tramite un carrello, a scorrere su un asse verticale. Oltre alla forza peso, sul sistema agiscono una forza elastica $-k_1(H - O)$ applicata al punto H , e una forza elastica $-k_2(F - O)$ applicata al punto medio F del lato CD , dove O è un punto fisso dell'asse verticale. Tutti i vincoli si intendono lisci. Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane s, θ (con θ come da figura, e $H = (0, s)$), e sapendo che $k_1 = \frac{mg}{L}$ e $k_2 = 2\frac{mg}{L}$, determinare:

- 1) Tutte le configurazioni di equilibrio tramite il calcolo del potenziale (facoltativo: studiare la stabilità della configurazione avente $\theta = \pi$).

- 2) Le reazioni vincolari in H in tutte le configurazioni di equilibrio.

Svolgere uno a piacere dei due seguenti punti, determinare:

- 3a) L'energia cinetica totale del sistema (facoltativo: le equazioni di Lagrange del sistema).

- 3b) La matrice principale e centrale d'inerzia del sistema costituito dall'asta e la lamina.

Nota: momento d'inerzia di una lamina quadrata omogenea di massa M e lato ℓ rispetto all'asse ortogonale al piano e passante per il suo centro, $I_z = \frac{1}{6}M\ell^2$. Momento d'inerzia di un'asta omogenea di massa M e lunghezza ℓ rispetto a un asse ortogonale all'asta e passante per il suo centro, $I_z = \frac{1}{12}M\ell^2$.

