

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2013-2014
Prova scritta di Fisica Matematica - 20 Ottobre 2014

Prof. P. Falsaperla

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.
Non è permesso allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.
Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito di $f(z) = \frac{e^z(z-1)^2}{(z^2-1)^2(z^2+4)}$, e valutare $\oint_{\gamma} f(z) dz$,
dove γ è la circonferenza di equazione $|z| = \frac{\pi}{2}$ percorsa nel verso positivo.

2. Svolgere uno dei due seguenti esercizi

(a) Calcolare l'antitrasformata di Fourier di $F(\omega) = \frac{\omega - 4}{(\omega - 4)^2 + 6}$.

(b) Calcolare attraverso il teorema dei residui il seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin(2x)}{(x^4 + 16)} dx$$

3. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' + y = -2e^{-t} \\ y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = 1 \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un'asta OB omogenea di lunghezza $2R$ e massa m incernierata a un punto fisso O e una guida circolare omogenea di raggio R e massa $2m$ saldata all'asta OB coincidente con un suo diametro. All'estremo B dell'asta è vincolata tramite una cerniera una seconda asta AB di uguale lunghezza e massa, avente l'estremo A vincolato a scorrere tramite un carrello sull'asse verticale passante per O (i punti O, A, B formano un triangolo isoscele con altezza parallela all'asse x). I vincoli si intendono lisci. Oltre alla forza peso, sul sistema agisce una forza costante $\mathbf{F} = (-\mu mg, 0)$ applicata a un punto P di massa trascurabile (non soggetto alla forza peso) mobile sulla guida circolare. Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane θ e φ indicate in figura, determinare:

1) Per quale valore di μ esistono configurazioni di equilibrio con $\theta = \frac{\pi}{3}$, e studiare la stabilità di una di tali configurazioni.

2) Le reazioni vincolari in O, A e le reazioni interne in B in una delle suddette configurazioni.

Svolgere uno a piacere dei due seguenti punti, determinare:

3a) L'energia cinetica totale del sistema (facoltativo: le equazioni di Lagrange del sistema).

3b) La matrice principale centrale d'inerzia del sistema costituito dall'asta OB , la guida circolare ed un punto Q di massa $3m$ saldato sul diametro ad una distanza $R/2$ dal centro.

