

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2013-2014
 Prova scritta di Fisica Matematica - 3 Ottobre 2014

Prof. P. Falsaperla

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.
 Non è possibile allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.
 Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito di $f(z) = \frac{e^z}{(z^2 - 1)\sin(\pi z)}$, e valutare $\oint_{\gamma} f(z) dz$,
 dove γ è la circonferenza di equazione $|z - \frac{1}{2}| = 1$ percorsa nel verso positivo.
2. Svolgere uno dei due seguenti esercizi
 - (a) Classificare le singolarità al finito di $g(z) = \frac{z \cos z - \sin z}{z^4(z^2 - \pi^2)}$ e calcolarne i residui.
 - (b) Calcolare attraverso il teorema dei residui il seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos(\pi x)}{(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 2)} dx$$

3. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy ($H(t)$ funzione gradino unitario):

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = H(t - 2) \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un'asta omogenea AB di lunghezza $8L$ e massa $2m$ vincolata nell'estremo A a un carrello senza cerniera (pattino) che scorre su un'asse orizzontale, in modo da mantenersi costantemente verticale. All'estremo B è vincolata tramite una cerniera una lamina rettangolare R costituita da due lamine quadrate omogenee Q_1 e Q_2 di lato $4L$ e massa rispettivamente m e $3m$, saldate lungo un loro lato. La lamina R è incernierata a B nel punto medio di un lato di Q_1 , come da figura. Oltre alla forza peso, sul sistema agisce una forza elastica $\mathbf{F}_{el} = -\alpha \frac{mg}{L}(D - O)$ applicata al punto medio D di AB , dove O è un punto fisso dell'asse orizzontale, e una forza costante $\mathbf{F} = (\alpha mg, 0)$ applicata a C , punto medio del lato di R opposto al lato contenente B . Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane s e θ indicate in figura, e sapendo che $\alpha = \frac{5}{2}$, determinare:

- 1) Tutte le configurazioni di equilibrio del sistema tramite il calcolo del potenziale, studiandone la stabilità.
- 2) Le reazioni vincolari (forze e momenti) in A e le reazioni interne in B nella configurazione di equilibrio $(s, \theta) = (L, \pi/4)$.

Svolgere uno dei due seguenti punti, determinare:

- 3a) L'energia cinetica totale del sistema.
- 3b) La matrice principale e centrale d'inerzia della lamina R .

