

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2013-2014
Prova scritta di Fisica Matematica - 12 Settembre 2014

Prof. P. Falsaperla

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.
Non è possibile allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.
Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito di $f(z) = \frac{z^2 + 2z - 3}{(z^4 - z^3)(z^2 + 4)}$, e valutare $\oint_{\gamma} f(z) dz$, dove γ è la circonferenza di centro $C = 1 + i$ e raggio 3 percorsa nel verso positivo.
2. Svolgere uno dei due seguenti esercizi
 - (a) Classificare le singolarità al finito di $g(z) = \frac{z+1}{z \sin \pi z}$ e calcolarne i residui.
 - (b) Calcolare la trasformata di Fourier di $f(t) = \frac{2t}{(1+t^2)^2}$
3. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 1 + e^{-t} \\ y(0) = 3, \quad y'(0) = -5 \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un telaio quadrato $ABCD$ con diagonale di lunghezza $2L$. Le aste AB e AD hanno massa m , mentre le aste BC e CD hanno massa $3m$. Il vertice A del telaio è vincolato a scorrere tramite un carrello su un asse orizzontale (il telaio è libero di ruotare attorno ad A). Oltre alla forza peso, sul sistema agisce una forza elastica $-k(C - O)$ applicata al vertice C opposto ad A , dove O è un punto fisso dell'asse orizzontale. Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane s e θ indicate in figura, e sapendo che $k = 5\frac{mg}{L}$, determinare:

- 1) Tutte le configurazioni di equilibrio del sistema tramite il calcolo del potenziale.
 - 2) Le reazioni vincolari in A nelle configurazioni di equilibrio.
- Svolgere uno dei due seguenti punti, determinare:*
- 3a) L'energia cinetica totale del sistema.
 - 3b) La matrice principale e centrale d'inerzia del telaio.

