

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2013-2014
Prova scritta di Fisica Matematica - 17 Luglio 2014

Prof. P. Falsaperla

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.
Non è possibile allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.
Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito di $f(z) = \frac{z - \sin z}{z^3(z^2 + \pi^2)}$ e calcolarne i residui. Valutare

$\oint_{\gamma} f(z) dz$, dove γ è la circonferenza di centro $C = 1 + i$ e raggio 3 percorsa nel verso positivo.

2. Svolgere uno dei due seguenti esercizi

- (a) Classificare le singolarità al finito di $g(z) = \frac{\cos \pi z}{16z^4 - 1}$ e calcolarne i residui.
(b) Calcolare attraverso il teorema dei residui il seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin x}{x(x^2 + 4)} dx$$

3. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 4e^{2t} \\ y(0) = -3, \quad y'(0) = 5 \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un'asta OA omogenea di lunghezza $2R$ e massa m con l'estremo O incernierato a un punto fisso del piano e l'estremo A incernierato ad una seconda asta AB di uguale massa e lunghezza, il cui estremo B è vincolato a scorrere sull'asse orizzontale passante per O . I punti O, A, B formano sempre un triangolo isoscele di base OB e altezza verticale. All'asta AB è saldata una guida circolare omogenea di massa $2m$ avente AB come diametro, su cui scorre un punto P di massa m . Sul sistema, oltre alla forza peso, agisce una forza elastica $\mathbf{F}_{el} = -\frac{10mg}{R}(G - \bar{G})$ applicata al punto medio G di OA , dove \bar{G} è la proiezione di G sull'asse verticale passante per O . Tutti i vincoli si intendono lisci.

Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane θ e φ indicate in figura, determinare:

- 1) Tutte le configurazioni di equilibrio del sistema e studiare la stabilità della configurazione $(\theta, \varphi) = (\pi/6, -\pi/2)$.

- 2) Le reazioni vincolari esterne in O e B , e le reazioni interne in A nella suddetta configurazione.

Svolgere uno dei due punti seguenti:

- 3a) Calcolare l'energia cinetica totale del sistema.

- 3b) Calcolare la matrice principale centrale d'inerzia del sistema costituito dall'asta AB , la guida circolare ed il punto P , assumendolo fissato in B .

