

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2013-2014
 Prova scritta di Fisica Matematica - 23 Giugno 2014

Prof. P. Falsaperla

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.
 Non è possibile allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.
 Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito di $f(z) = \frac{1}{(e^{2\pi z} - 1)(z - 1)}$ e calcolarne i residui. Valutare $\oint_{\gamma} f(z) dz$, dove γ è la circonferenza di centro $\frac{1}{2}(1 + i)$ e raggio 1 percorsa nel verso positivo.
2. Svolgere uno dei due seguenti esercizi
 - (a) Classificare le singolarità al finito di $g(z) = \frac{\sin i\pi z}{z^4 - 16}$ e calcolarne i residui.
 - (b) Calcolare la trasformata di Fourier di $h(x) = \frac{1}{x^2 + ix + 2}$.
3. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 5y = e^{-t} \sin t \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da una lamina quadrata omogenea $ABCD$ di lato $\sqrt{2}L$ e massa m , il cui centro E è vincolato, tramite una cerniera liscia, a scorrere su una retta inclinata come da figura. Alla lamina sono saldati un punto di massa m in A e un punto di massa $2m$ in C . Oltre alla forza peso, sul sistema agisce una forza elastica $\mathbf{F}_{el} = -4\frac{mg}{L}(C - \bar{C})$, dove \bar{C} è la proiezione di C su un asse fisso orizzontale, e una forza costante orizzontale $\mathbf{F} = (2mg, 0)$, applicata al centro E della lamina. Assunto il sistema di riferimento indicato, posta s l'ascissa di E , e quindi $E = (s, -s)$, ed utilizzando come seconda variabile lagrangiana l'angolo θ in figura, determinare:

- 1) Le configurazioni di equilibrio del sistema (facoltativo: studiarne la stabilità).
 - 2) Le reazioni vincolari in E in una configurazione di equilibrio.
 - 3a) L'energia cinetica totale del sistema.
 - 3b) La matrice principale centrale d'inerzia del sistema costituito dalla lamina ed i punti in A e C .
- Svolgere i punti 1 e 2, e un punto a scelta tra 3a e 3b. Momento d'inerzia di una lamina quadrata di massa M e lato ℓ rispetto a qualunque asse del piano passante per il baricentro: $\frac{1}{12}M\ell^2$.

