

# Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2013-2014

Prova scritta di Fisica Matematica - 23 Maggio 2014

Prof. P. Falsaperla

---

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.

Non è possibile allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.

Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

---

## Parte A

1. Classificare le singolarità al finito delle seguenti funzioni e calcolarne i residui

$$f(z) = \frac{z^2 - 2z}{(z+1)^2(z^2+4)}, \quad g(z) = \frac{e^z}{(\sin z)^2}$$

2. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' - 3y'' + 3y' - y = t^2 e^t \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = -2 \end{cases}$$

## Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un'asta  $OB$  omogenea di lunghezza  $2R$  e massa  $2m$  incernierata a un punto fisso  $O$  e una guida circolare omogenea di raggio  $R$  e massa  $5m$  saldata all'asta  $OB$  coincidente con un suo diametro. Sulla guida circolare si muove liberamente un punto  $P$  di massa  $m$ . La cerniera si intende liscia. Oltre alla forza peso, sul sistema agisce una forza elastica  $-k(P - \bar{P})$ , dove  $\bar{P}$  è la proiezione di  $P$  sull'asse orizzontale passante per  $O$ .

Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane  $\theta$  e  $\varphi$  indicate in figura, e sapendo che  $k = 2\frac{mg}{R}$ , determinare:

- 1) Tutte le configurazioni di equilibrio del sistema.
- 2) Le reazioni vincolari in  $O$  e le reazioni interne in  $P$  nelle configurazioni di equilibrio.
- 3a) L'energia cinetica totale del sistema (facoltativo: le equazioni di Lagrange del sistema).
- 3b) La matrice principale centrale d'inerzia del sistema costituito dall'asta, la guida circolare e il punto  $P$ , assumendo che esso sia saldato in  $B$ .

*Gli studenti di Ing. Ind. svolgano il punto 3a, gli studenti di Ing. Mecc. il punto 3b.*

