

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2013-2014

Prova scritta di Fisica Matematica - 29 Aprile 2014

Prof. P. Falsaperla

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate.

Non è possibile allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità.

Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito delle seguenti funzioni e calcolarne i residui

$$f(z) = \frac{\cos(z)}{z(2z - \pi)^3}, \quad g(z) = \frac{e^z - 1}{z^3 \cos(z)}$$

2. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + y' + y = 1 + e^{-t} \\ y(0) = 3, \quad y'(0) = -5, \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un'asta OC omogenea di lunghezza $3R$ e massa $2m$ incerniera a un punto fisso O e un disco omogeneo di raggio R e massa m avente il centro incernierato all'estremo C dell'asta. Inoltre sul bordo del disco è fissato rigidamente un corpo puntiforme P di massa m . Le cerniere si intendono lisce. Oltre alla forza peso, sul sistema agisce una forza elastica $-k(G - \bar{G})$, dove G è il punto medio dell'asta, e \bar{G} è la proiezione di G sull'asse verticale passante per O .

Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane θ e φ indicate in figura, e posto $k = \lambda \frac{mg}{R}$ (con $\lambda > 0$) determinare:

- 1) Le configurazioni di equilibrio del sistema, discutendone l'esistenza al variare di λ .
- 2) Le reazioni vincolari in O e le reazioni interne in C nelle configurazioni di equilibrio.
- 3a) L'energia cinetica totale del sistema (facoltativo: le equazioni di Lagrange del sistema).
- 3b) La matrice principale centrale d'inerzia del sistema costituito dal disco e la massa in P .

Gli studenti di Ing. Ind. svolgano il punto 3a, gli studenti di Ing. Mecc. il punto 3b.

