

Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2013-2014

Prova scritta di Fisica Matematica - 24 Febbraio 2014

Prof. P. Falsaperla

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate di Laplace. Non è possibile allontanarsi dall'aula prima di avere consegnato il compito. Esibire documento d'identità. Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

Parte A

1. Classificare le singolarità al finito delle seguenti funzioni e calcolarne i residui:

$$f(z) = \frac{1}{z(e^z - 1)}, \quad g(z) = \frac{z^2 + 2z - 3}{(z^4 - z^3)(z^2 + 4)}$$

2. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' + y'' = \cos(t) \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 2 \end{cases}$$

Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un'asta omogenea OA di lunghezza $2L$ e massa m , ai cui estremi sono saldati i punti medi di altre due aste omogenee, BC (in O) e DE (in A), ortogonali ad OA, anch'esse di lunghezza $2L$ e massa m . Nei punti A,D,E sono inoltre saldati tre corpi puntiformi di massa m . Il sistema è libero di ruotare attorno al punto fisso O, e il punto medio F di OA è connesso tramite una molla ideale di costante elastica k a un punto materiale P di massa m vincolato a scorrere su una guida orizzontale posta a quota L rispetto ad O. Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane s e θ indicate in figura (con $\theta \in (-\pi, \pi)$), e ponendo $k = \lambda \frac{mg}{L}$ (con $\lambda > 0$), determinare:

- 1) Le configurazioni di equilibrio del sistema, discutendone l'esistenza al variare di λ .
- 2) Le reazioni vincolari in O e P nelle configurazioni di equilibrio.
- 3a) L'energia cinetica totale del sistema (facoltativo: le equazioni di Lagrange del sistema).
- 3b) La matrice principale centrale d'inerzia del corpo rigido costituito dalle aste ed i punti.

Gli studenti di Ing. Ind. svolgano il punto 3a), gli studenti di Ing. Mecc. il punto 3b).

