

## Università degli Studi di Catania

Corso di Laurea in Ingegneria Industriale, A.A. 2012-2013

Prova scritta di Fisica Matematica - 10 Gennaio 2014

Prof. P. Falsaperla

---

Non è ammessa la consultazione di appunti, tranne tabelle di trasformate e antitrasformate di Laplace.  
Svolgimento di una sola delle due Parti: 90 min. Svolgimento intero compito: 180 min.

---

### Parte A

1. Classificare le singolarità al finito delle seguenti funzioni e calcolarne i residui:

$$f(z) = \frac{z+2}{(z^2-1)(z^2+z-2)}, \quad g(z) = \frac{\sin(z)(z+i)}{\cos(z)(z^2+1)^2}$$

2. Tramite le trasformate di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 5y = e^{-t} \sin(t) \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

### Parte B

Un sistema materiale vincolato a muoversi su un piano verticale è costituito da un disco omogeneo di raggio  $R$  e massa  $2m$  avente il centro  $C$  vincolato a scorrere su un asse orizzontale. Il disco è libero di ruotare attorno a  $C$ , inoltre sul suo bordo sono fissati un corpo puntiforme  $P$  di massa  $m/2$  e un'asta  $AB$  di lunghezza  $R$  e massa  $2m$  saldata ortogonalmente al bordo del disco nel punto diametralmente opposto a  $P$ . Oltre alla forza peso, sul sistema agisce una forza elastica  $-k(P-O)$ , dove  $O$  è un punto fisso dell'asse orizzontale. Assunti il sistema di riferimento e le variabili lagrangiane  $s$  e  $\theta$  indicate in figura (con  $\theta \in (0, 2\pi)$ ), e ponendo  $k = \lambda \frac{mg}{R}$ , determinare:

- 1) Per quale valore di  $\lambda$  esiste una configurazione di equilibrio con  $\theta = \pi/6$  e determinare per tale  $\lambda$  tutte le configurazioni di equilibrio.
- 2) Le reazioni vincolari in  $C$  e  $B$  nelle configurazioni di equilibrio aventi  $\theta = \pi/6$  e  $\theta = \pi/2$ .
- 3a) L'energia cinetica totale del sistema (facoltativo: le equazioni di Lagrange del sistema).
- 3b) La matrice principale centrale d'inerzia del sistema costituito dal disco, il punto materiale  $P$  e l'asta.

*Gli studenti di Ing. Ind. svolgano il punto 3a, gli studenti di Ing. Mecc. il punto 3b.*

