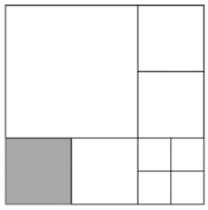
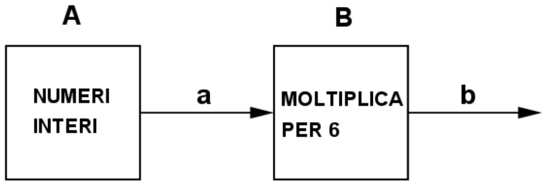
1. *Scrivi le ultime 4 cifre del numero che precede 10^{2022}.* Risposta 9999

Soluzione – Lo sviluppo della potenza sarà un numero con molte cifre finali uguali a 0. Considerarne il precedente significa sottrarre 1 e le ultime cifre della differenza saranno pertanto 9999.



2. *La figura a fianco è composta solo da quadrati. Il perimetro del quadrato grigio è 6 cm. Qual è il perimetro del quadrato più grande che compare in figura? Risposta 18*

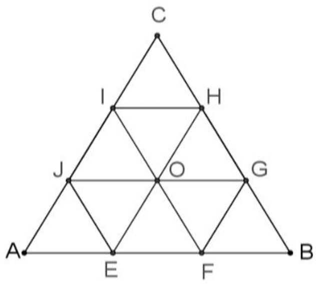
Soluzione – Il quadrato grigio ha un lato che misura 1.5. Anche i lati del quadrato a fianco e di quello formato dai 4 quadratini più piccoli saranno 1,5. Il lato del quadrato più grande, che comprende tutti gli altri, è pertanto 4,5 e il suo perimetro è 18.



3. *La macchina A della figura a fianco genera numeri interi e la macchina B li moltiplica per 6. Detta p la probabilità che il numero b generato da B finisca per zero, quanto vale 100 p?* Risposta 20

Soluzione 1 - L'ultima cifra di b, multiplo di 6, può assumere solo i valori: 0, 2, 4, 6, 8, tutti equiprobabili. Quindi 1 caso favorevole su 5 possibili, cioè $p = \frac{1}{5}$ = 0,2 e 100 p = 20

Soluzione 2 – Se vogliamo che 6a finisca con 0, a deve avere ultima cifra 0 oppure 5. Poiché le cifre sono 10, tutte equiprobabili, tale probabilità è $p = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ = 0,2 e 100 p = 20



4. *Quanti centimetri vale il perimetro dell'esagono regolare inscritto in un triangolo equilatero di lato 63 cm? L'esagono inscritto in un triangolo deve avere i vertici sui lati del triangolo.* Risposta 126

Soluzione – Unendo i vertici dell'esagono con il suo centro si formano, nel triangolo ABC, 9 triangolini equilateri uguali, perché hanno gli angoli di 60° e, a due a due, un lato in comune. Ne segue che il lato dell'esagono regolare inscritto nel triangolo equilatero è $\frac{1}{3}$ del lato di questo, cioè EF = $\frac{1}{3}$ AB = 21 cm. Quindi il perimetro è 21 · 6 = 126.

5. *Carlo vuole scrivere una password con i seguenti caratteri A, Z, a, j, 2, 5, #. Quante password diverse di 7 caratteri può formare utilizzando in ciascuna di esse i suddetti caratteri senza ripetizioni?* Risposta 5040

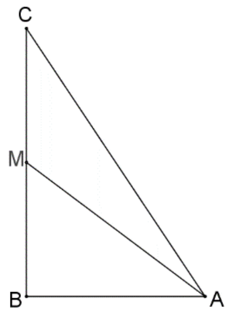
Soluzione 1 – Il primo carattere si può posizionare in 7 modi, il secondo in 6 modi, il terzo in 5 modi, e così via fino all'ultimo che si può collocare in un solo modo, pertanto il numero delle password possibili con 7 caratteri distinti è $7 \cdot 6 \cdot \ldots \cdot 1 = 5040$

Soluzione 2 – Il numero richiesto coincide con il numero *p* delle permutazioni semplici di 7 oggetti distinti: *p* = 7! = 5040

6. *Un numero si dice palindromo quando le sue cifre possono essere lette indifferentemente sia da destra sia da sinistra. Anche l'ora letta su un orologio digitale può essere rappresentata da un numero palindromo, per esempio le quattro e quaranta sono rappresentate dal numero 04:40 Quante volte nell'arco delle 24 ore un orologio digitale segna un numero palindromo?*
   Risposta 16

Soluzione- Le "ore palindrome" sono 00:00 01:10 02:20 03:30 04:40 05:50 10:01 11:11 12:21 13:31 14:41 15:51 20:02 21:12 22:22 23:32

7. *Il rapporto tra i cateti AB e BC del triangolo ABC è $\frac{2}{3}$ e M è il punto medio di BC. L'area del triangolo ACM vale 150. Quanto misura 10 AC?*
   Risposta 361

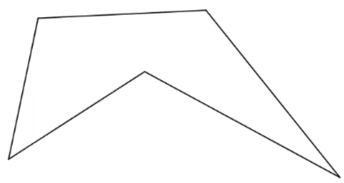


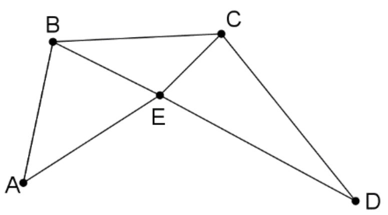
Soluzione – Il triangolo ABC, poiché AB e BC sono suoi cateti, è rettangolo con $\hat{B}$ angolo retto. I triangoli ABM e AMC hanno basi uguali (BM e CM) e altezze coincidenti (AB), dunque essi sono equivalenti. Pertanto, ciascuno di essi ha area uguale a 150, ne segue che l'area del triangolo ABC è 300. Poiché $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$, se indichiamo $\overline{AB}$ = 2x e $\overline{BC}$ = 3x, si ha Area ABC = $\frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 3x = 300$ da cui $x^2 = 100 \; e \; x = 10$.
Ne segue che $\overline{AB}$ = 20 e $\overline{BC}$ = 30 e $\overline{AC} = \sqrt{20^2 + 30^2} = \sqrt{1300} = 10\sqrt{13}$ = 10 x 3,61 = 36,1
Pertanto 10 $\overline{AC} = 361$

8. *Alle isole Hawaii la piccola Jane sta preparando la tipica corona di fiori, chiamata LEI, per il matrimonio della sorella maggiore Anne. La mamma le ha preparato i fiori bianchi, rosa e gialli suddivisi per colore in tre ceste. Ciascuna cesta contiene 11 fiori dello stesso colore. La sequenza con cui i fiori devono essere disposti è la seguente: un fiore rosa, uno giallo, uno bianco, uno giallo e si ricomincia. Quando i fiori gialli si esauriscono, il LEI sarà pronto. Avanzano r fiori rosa e b fiori bianchi. Quanto vale $3 \cdot r + 4 \cdot b$?* Risposta 39

Soluzione – La corona è composta da 5 gruppi di fiori di cui uno rosa, uno bianco e due gialli per ciascun gruppo. Sono stati utilizzati 5 fiori rosa, 5 fiori bianchi e 10 gialli. Seguendo l'ordine, i successivi sono uno rosa e uno giallo, che è l'undicesimo. Ne avanzano quindi 5 rosa e 6 bianchi e la risposta è: $3 \cdot 5 + 4 \cdot 6$ = 39

9. *Quanto vale, in gradi, la somma degli angoli interni del poligono a fianco?* Risposta 540





Soluzione- La somma degli angoli interni del pentagono concavo ABCDE equivale alla somma degli angoli interni dei triangoli ABE, BCE e CED cioè 3 angoli piatti ovvero 540°.

10. *Un quaderno e una penna costano in tutto un euro e 10 centesimi. Il quaderno costa un euro in più della penna. Quanti centesimi costa il quaderno?* Risposta 105

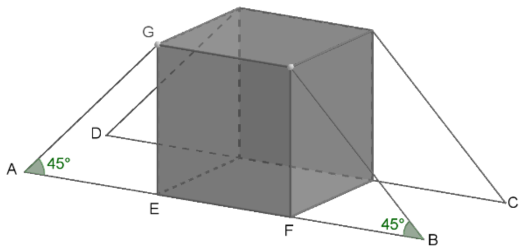
Soluzione – Se Indichiamo con p il costo della penna, il costo del quaderno sarà 100 + p. Si ha allora: p + p+100 = 110 cioè 2p = 10 e p =5. Il costo del quaderno è pertanto 105 centesimi.

11. *Luigi ha 11 anni. La sua famiglia è composta dal papà di 35 anni, da mamma che ne ha due in meno e da tre fratelli di 10, 8 e 5 anni. Da tempo Luigi ha espresso il desiderio di andare in Egitto a vedere le piramidi. Per tranquillizzarlo il papà gli assicura che: "Faremo un viaggio in Egitto quando la somma delle età di voi quattro sarà uguale alla somma delle età mia e di mamma!" Tra quanti anni Luigi potrà ammirare le piramidi?* Risposta 17

Soluzione – Detto x il numero degli anni richiesto, si ha

$11 + 10 + 8 + 5 + 4x = 35 + 33 + 2x$ da cui $2x = 34$ e $x = 17$

12. *La figura a fianco descrive una tenda da campeggio di forma cubica, ancorata come in figura, mediante 4 tiranti inclinati di 45° rispetto al piano del terreno. Il suolo delimitato dalla tenda e dai tiranti è un rettangolo ABCD la cui area misura 192 m^2. Quanto vale il volume della tenda?* Risposta 512



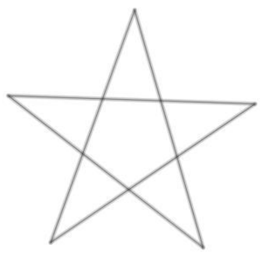
Soluzione – Possiamo pensare ad un tirante come ad un segmento AG che forma con il prolungamento dello spigolo EF del cubo-tenda un angolo di 45°. Ne segue che il triangolo AEG è un triangolo rettangolo con un angolo di 45°, pertanto isoscele, con i cateti entrambi uguali ad uno spigolo del cubo. Se indichiamo con s tale spigolo, si ha $3s \cdot s = 192$; $3s^2 = 192$; $s^2 = \frac{192}{3} = 64$; $s = 8$ e $\text{Volume cubo} = 8^3 = 512$

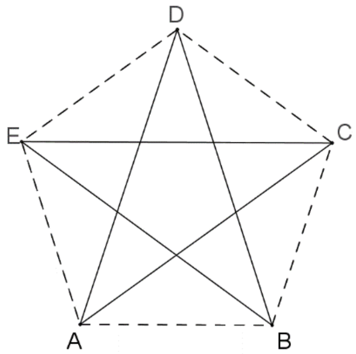
13. La signora Marta è un'abitudinaria. Invita a cena ogni 12 giorni suo nipote, ogni 15 sua figlia e ogni 30 la sua amica. Il 15 dicembre li ha avuti a cena tutti e tre. Quale sarà la prossima data in cui si ritroveranno di nuovo tutti insieme? Scrivi la data nella forma ggmm.

Risposta 13 febbraio, cioè 1302.

Soluzione – Dal 15 dicembre devono trascorrere un numero di giorni pari al m.c.m. (12,15,30) = 60. Fra 60 giorni sarà il 13 febbraio cioè 1302.

14. *La stella a 5 punte (figura a fianco) si ottiene disegnando tutte le diagonali di un pentagono regolare. Quanto vale la somma degli angoli individuati dalle 5 punte della stella?* Risposta 180





Soluzione – Ciascun angolo di un pentagono regolare misura 108°. Se consideriamo il triangolo isoscele AED, l'angolo AED misura 108° e di conseguenza $\widehat{EDA} = \widehat{EAD} = 36°$. Allo stesso modo si può affermare che anche $\widehat{BDC} = 36°$. Possiamo allora calcolare per differenza $\widehat{ADB} = 108° - 36° - 36° = 36°$. Poiché vale lo stesso anche per gli altri angoli individuati dalle punte della stella, la loro somma è $36° \times 5 = 180°$.

15. *Cinque ragazzi salgono a coppie su una bilancia in tutte le combinazioni possibili. I pesi, in kg, sono: 90, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 100, 101. Quanto pesano insieme i 5 ragazzi?* Risposta 239

Soluzione 1 – Ciascuno dei 5 ragazzi ha fatto parte di 4 coppie ed è stato quindi pesato 4 volte. Pertanto, se dividiamo la somma di tutte le pesate, 956, per 4, otteniamo il peso totale dei cinque ragazzi, 239.

Soluzione 2 – Indichiamo con P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 i pesi dei 5 ragazzi. Le somme dei pesi dei ragazzi che formano tutte le coppie possibili sono: $P_1 + P_2 = 90$, $P_1 + P_3 = 92$, $P_1 + P_4 = 93$, $P_1 + P_5 = 94$, $P_2 + P_3 = 95$, $P_2 + P_4 = 96$, $P_2 + P_5 = 97$, $P_3 + P_4 = 98$, $P_3 + P_5 = 100$, $P_4 + P_5 = 101$.

Sommando i primi membri e i secondi membri delle uguaglianze precedenti si ottiene:

$P_1 + P_2 + P_1 + P_3 + P_1 + P_4 + P_1 + P_5 + P_2 + P_3 + P_2 + P_4 + P_2 + P_5 + P_3 + P_4 + P_3 + P_5 + P_4 + P_5$ = 90+ 92+ 93+ 94+ 95+ 96+ 97+ 98+ 100+101

ovvero: $4\,(P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5) = 956 = 4 \cdot 239$

Ne segue che $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 239$