MIDDLE ETNIADE TEAM CUP
Allenamento del 7 Febbraio 2022

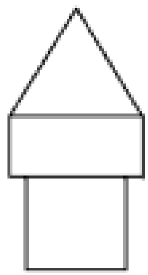
- *Per ogni problema la risposta è un intero compreso tra 0000 e 9999.*
- *Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.*
- *Se la quantità richiesta è un numero intero maggiore di 9999, si indichi 9999.*
- *Se la quantità richiesta non è un numero intero, dove non indicato diversamente, si indichi la sua parte intera.*

1. Un numero naturale si dice perfetto quando coincide con la somma dei suoi divisori distinti da sé stesso. Qual è il più piccolo numero perfetto?

   Risposta 0006

   Soluzione – Il più piccolo numero perfetto è 6 = 1 + 2 + 3

2. La figura a lato è costituita da un quadrato, da un rettangolo e da un triangolo equilatero aventi tutti il medesimo perimetro. Il lato del quadrato è 15 cm. Quanti cm misura il lato minore del rettangolo?

   Risposta 0010

   Soluzione – Poiché il perimetro del quadrato vale 60 cm, 60 è anche il perimetro del rettangolo e del triangolo. Ne segue che il lato del triangolo, che coincide con il lato maggiore del rettangolo, vale 20 e la misura del lato minore del rettangolo è $\frac{60-2\cdot 20}{2} = 10$ cm.

3. Quale numero bisogna mettere nella cella vuota della seguente tabella affinché la somma dei numeri della prima riga sia uguale alla somma dei numeri della seconda riga?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2022
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

Risposta 1922

Soluzione – La somma dei primi dieci termini della prima riga vale 55. Ne segue che i numeri della prima riga hanno per somma 2077. La somma dei termini della seconda riga è 155. Si può anche osservare che:

$$11 + 12 + \cdots + 20 = 10 \cdot 10 + (1 + 2 + \cdots + 10) = 100 + 55 = 155$$

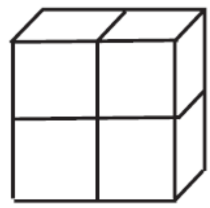
Il numero che bisogna allora aggiungere è dato da 2077-155=1922

4. In un certo mese, le date corrispondenti a tre domeniche sono espresse da numeri pari. In che data cade l'ultimo martedì del mese?

   Risposta 0025

   Soluzione − Perché ci siano tre domeniche con data pari, la prima domenica del mese deve cadere necessariamente nel giorno 2, infatti se cadesse in qualunque altro giorno ci sarebbero al più due domeniche in giorni pari. Le domeniche devono dunque cadere nei giorni pari 2, 16 e 30. Ne segue che l'ultimo martedì del mese è il 25.

5. Accostando quattro cubi uguali è stato ottenuto il solido a fianco. La superficie totale del solido è 576 cm^2. Quanti cm misura lo spigolo di ciascun cubo?

   Risposta 0006

   Soluzione − La superficie totale del solido si ottiene sommando la superficie di 16 facce, ciascuna uguale a una delle facce dei 4 cubi. Pertanto, l'area di ciascuna di tali facce in cm^2 vale $\frac{576}{16} = 36$ e quindi ciascuno spigolo è $\sqrt{36}\ \mathrm{cm} = 6\ \mathrm{cm}$

6. In un sacchetto ci sono 98 biglie di colore blu o verde. Ogni 3 biglie blu ve ne sono 4 verdi. Quante sono le biglie di colore blu?

   Risposta 0042

   Soluzione − Se ogni 3 biglie blu ve ne sono 4 verdi, vuol dire che con le biglie del sacchetto si possono formare gruppi contenenti ciascuno 7 biglie, 3 blu e 4 verdi. Ci sono infatti esattamente 98:7 = 14 gruppi di biglie. Poiché ogni gruppo contiene 3 biglie blu, in tutto ci sono 14·3 = 42 biglie blu.

7. Se in un rettangolo si diminuisce di 10 cm una delle sue dimensioni, si ottiene un quadrato la cui superficie è 144 cm^2. Quanti cm misura il perimetro del rettangolo?

   Risposta 0068

   Soluzione − Il lato del quadrato è $\sqrt{144}\ \mathrm{cm} = 12\ \mathrm{cm}$, che equivale al lato minore del rettangolo. Ne segue che il lato maggiore del rettangolo vale 22 cm e quindi il suo perimetro è 2 · (22 + 12) cm = 68 cm.

8. Dati 10 numeri naturali consecutivi, si sa che la somma dei primi 5 è 340. Quanto vale la somma degli ultimi 5 numeri?

   Risposta 0365

   Soluzione 1 − Il 6° numero differisce di 5 unità dal 1°, il 7° di 5 unità dal 2° e così via anche per gli altri numeri. Ne consegue che per ottenere la somma richiesta, basta aggiungere 5·5 = 25 alla somma dei primi cinque numeri: 340 + 25 = 365

   Soluzione 2 − Detto n il più piccolo dei 10 numeri, i 4 successivi saranno n+1, n+2, n+3, n+4. La loro somma è: n + n+1 + n+2 + n+3 + n+4 = 340, da cui 5n = 330 e n = 66. Ne consegue che gli ultimi 5 sono 71, 72, 73, 74 e 75 e la loro somma 365.

9. La somma di tutti gli spigoli di un parallelepipedo rettangolo è 200 cm e gli spigoli di base sono rispettivamente 10 cm e 16 cm. Quanti cm misura l'altezza del parallelepipedo?

   Risposta 0024

   Soluzione − Il perimetro di base del parallelepipedo vale 52 cm, per cui la somma delle altezze del solido è (200 – 2 · 52) cm = 96 cm. La lunghezza dell'altezza sarà quindi $\frac{96}{4}\ \mathrm{cm} = 24\ \mathrm{cm}$.

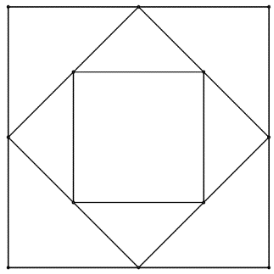
10. Le alunne di una classe sono i $\frac{3}{7}$ del numero complessivo e gli alunni sono 16. Quante sono le alunne?

Risposta 0012

Soluzione1 – Se le alunne di una classe sono i $\frac{3}{7}$ del numero complessivo, gli alunni costituiscono i $\frac{4}{7}$. Indichiamo con T il numero complessivo degli alunni. Si ha $\frac{4}{7}T = 16$ da cui $T = \frac{7}{4} \cdot 16 = 28$. Dunque, le alunne sono 28 – 16 = 12

Soluzione2 – Indicato con T il numero complessivo degli alunni, il numero delle alunne sarà $\frac{3}{7}T$ per cui $\frac{3}{7}T + 16 = T$. Risolvendo T = 28 e il numero delle alunne $\frac{3}{7}T$ = 12

11. La figura a lato rappresenta tre quadrati, uno esterno e altri due, ottenuti congiungendo i punti medi dei diversi lati. Il perimetro del quadrato esterno è 160 cm. Determina il rapporto tra l'area del quadrato più piccolo e l'area del quadrato più grande. Riporta come risultato la somma tra il numeratore ed il denominatore di tale rapporto, dopo aver ridotto la frazione ai minimi termini.

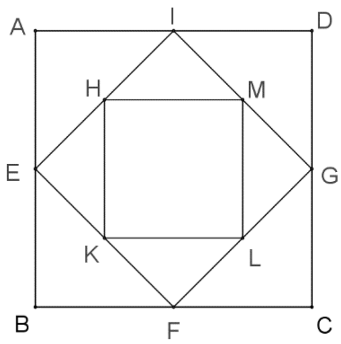


Risposta 0005

Soluzione – Indichiamo con ABCD il quadrato più esterno, con EFGI e HKLM gli altri due. Il lato del quadrato ABCD misura 40. La diagonale del quadrato più piccolo, HKLM, è uguale al lato del quadrato IGFE, cioè KM = EI. Si ha:

$\overline{EI} = \frac{\overline{AD}}{2}\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$KM = EI $\qquad \overline{HM} = \frac{\overline{KM}}{\sqrt{2}} = 20$

Il rapporto fra le due aree sarà allora $\frac{400}{1600} = \frac{1}{4}$ e la somma richiesta è 5.



12. A causa di una epidemia, in un allevamento di bovini è morto il 20% degli animali. Per riavere la stessa quantità di bovini che aveva prima, l'allevatore decide allora di comprarne altri. Calcola, in percentuale, di quanto deve aumentare il numero dei bovini rimasti. Riporta come soluzione il numero che esprime tale percentuale.

Risposta 0025

Soluzione 1- Possiamo supporre che l'allevatore disponga di 100 bovini, in modo da determinare la soluzione direttamente in percentuale. A causa dell'epidemia si ritrova con 80 bovini e per ritornare a 100 bovini, dovrà acquistarne altri 20. Per trasformare i 20 bovini su 80 in una percentuale, cioè in centesimi, osserviamo che $20 : 80 = x : 100$, da cui x = $\frac{20\times100}{80} = 25$. L'allevatore deve aumentare il numero dei bovini del 25%.

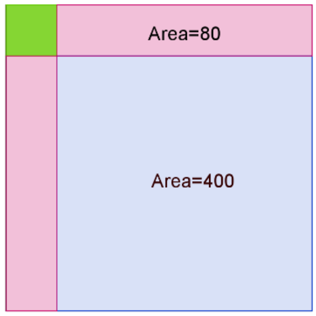
Soluzione 2 – Possiamo supporre che l'allevatore disponga di 100 bovini. La variazione percentuale di una quantità si calcola con la seguente formula: $\frac{valore\ finale - valore\ iniziale}{valore\ iniziale} \cdot 100$. Consideriamo come valore iniziale, il numero dei bovini dopo l'epidemia, cioè 80, e come valore finale, quello a cui bisogna riportarlo, ovvero 100. Si ha: $\frac{100-80}{80} \cdot 100 = 25\%$.

13. In un sacchetto si trovano 80 cioccolatini di cui 25 al latte, 20 alla nocciola ed il resto fondenti. Preso a caso un cioccolatino, quanto vale la probabilità che esso non sia fondente? Esprimi tale probabilità sotto forma di frazione ridotta ai minimi termini e riporta come risultato la somma tra il numeratore ed il denominatore.

Risposta 0025

Soluzione – Nel sacchetto si trovano 45 cioccolatini non fondenti e quindi la probabilità cercata è: $p = \frac{45}{80} = \frac{9}{16}$

14. La figura a fianco è stata scomposta utilizzando due quadrati e due rettangoli. Trova l'area del quadrilatero esterno.



Risposta 0576

Soluzione – I due rettangoli sono uguali perché hanno i lati maggiori uguali al lato del quadrato grigio e i lati minori uguali ai lati del quadrato verde. Il quadrilatero esterno ha i quattro angoli retti, perché angoli di quadrati o di rettangoli, e i lati uguali perché somme di segmenti uguali, dunque è un quadrato. Poiché l'area del quadrato grigio è 400, segue che il suo lato, e di conseguenza i lati maggiori di ciascun rettangolo, misurano 20. Poiché l'area dei rettangoli è 80, segue che i lati minori di ciascun rettangolo e i lati del quadratino verde misurano 4. Allora il lato del quadrato esterno misura 24 e la sua area è 576.