MIDDLE ETNIADE TEAM CUP
Allenamento del 17 Gennaio 2022

- *Per ogni problema la risposta è un intero compreso tra 0000 e 9999.*
- *Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.*
- *Se la quantità richiesta è un numero intero maggiore di 9999, si indichi 9999.*
- *Se la quantità richiesta non è un numero intero, dove non indicato diversamente, si indichi la sua parte intera.*

1. Francesco deve scegliere un corso pomeridiano da svolgere a scuola in ciascuna delle seguenti discipline: arte, sport e musica. Se in arte ci sono 3 opzioni diverse, 4 nello sport e 6 in musica, quante diverse scelte fra i vari corsi di arte, sport e musica può fare Francesco?
Risposta 0072
Soluzione - Il numero di scelte che può fare Francesco è $3 \cdot 4 \cdot 6 = 72$

2. Teresa intende preparare una bevanda a base di limone con una concentrazione del 50% di succo di limone. In un contenitore vi sono due litri di limonata costituita all'80% di limone ed al 20% di acqua. Quanti ml di acqua Teresa dovrà aggiungere per ottenere la concentrazione voluta?
Risposta 1200
Soluzione - Nel contenitore vi sono 400 ml di acqua e 1600 ml di limone. Nella nuova concentrazione la quantità di acqua dovrà essere uguale a quella del limone e quindi basta aggiungere 1.200 ml di acqua

3. Un piastrellista deve comporre un mosaico disponendo di 880 mattonelle quadrate tutte delle medesime dimensioni. Affiancandole, ha realizzato il più grande quadrato possibile. Quante mattonelle sono avanzate?
Risposta 0039
Soluzione – Il più grande numero naturale che al quadrato non supera 880 è 29 e $29^2 = 841$ rappresenta il numero di mattonelle utilizzate dal piastrellista per realizzare il mosaico a forma di quadrato. Ne segue che sono avanzate $880 - 841 = 39$ mattonelle.

4. Due numeri li diremo *fidanzati* se l'uno è uguale alla somma dei divisori, diversi da 1 e dal numero stesso, dell'altro. Chi è il fidanzato di 48?
Risposta 0075
Soluzione - I divisori di 48 diversi da 1 e da 48 sono: 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24; la loro somma dà 75. I divisori di 75 diversi da 1 e da 75 sono: 3, 5, 15, 25; la loro somma dà 48.

5. Qual è nella figura a fianco il rapporto tra la parte colorata, cioè un aquilone i cui lati minori misurano 2, e l'intero quadrato il cui lato misura 12? Esprimi il risultato come somma del numeratore e del denominatore della frazione trovata ridotta ai minimi termini.

Risposta 0007

Soluzione- Il quadrato ha lato 12 e ciascuno dei due triangoli rettangoli, in figura in bianco, ha area $\frac{10\cdot 12}{2} = 60$. Ne segue che il rapporto cercato vale $\frac{144-120}{144} = \frac{24}{144} = \frac{1}{6}$

6. Un piccolo puzzle è costituito da un certo numero di tasselli che non supera le 100 unità. Raggruppandoli a 3 a 3, a 4 a 4, a 5 a 5 ne avanzano sempre 2. Da quanti pezzi è costituito il puzzle?

Risposta 0062

Soluzione – Sia n il numero di tasselli; allora n-2 è multiplo di 3, 4, 5, cioè n-2 può essere 60, oppure 120 e così via. Essendo n $\leq$ 100, si ha n = 60+2 = 62.

7. Due delle tre facce di un parallelepipedo rettangolo hanno aree 185 cm^2 e 481 cm^2; inoltre, le misure degli spigoli sono espressi da numeri interi. Quanto vale il suo volume in cm^3?

Risposta 2405

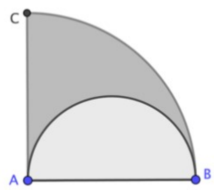
Soluzione- Essendo $185 = 37 \cdot 5$ e $481 = 37 \cdot 13$, si può osservare che, essendo 37 un numero primo, lo spigolo comune alle due facce misura 37 cm; ne consegue che il volume è $V = 37 \cdot 5 \cdot 13 = 2405$ cm^3.

8. Le lezioni di probabilità e statistica del corso di laurea in matematica sono seguite da 10 studenti di età media pari a 23 anni. Dopo due mesi di lezioni uno studente si ritira e l'età media scende a 22 anni. Quanti anni aveva lo studente che si è ritirato?

Risposta 0032

Soluzione - La somma delle età dei 10 studenti è $23\cdot 10=230$ e quella dei 9 studenti rimasti è $22\cdot 9=198$. Ne segue che lo studente che si è ritirato aveva 230-198=32 anni.

9. La superficie grigia S è delimitata dall'arco BC, un quarto della circonferenza di raggio AB, dal suo raggio AC e dalla semicirconferenza di diametro AB. Calcola 100 S sapendo che $\overline{AB} = 8$ e approssimando π con 3,14.



Risposta 2512

Soluzione - S $= \frac{1}{4}\pi 8^2 - \frac{1}{2}\pi 4^2 = 8\pi$; $100 \cdot$ S$= 100\cdot 8 \cdot 3{,}14 = 2512$

10. Qual è la cifra delle unità del numero $(((2022)^{2022\cdot 2})^{2022\cdot 1})^{2022\cdot 0}$?

Risposta 0001

Soluzione – $(((2022)^{2022\cdot 2})^{2022\cdot 1})^{2022\cdot 0} = 2022^0 = 1$.

11. Un parallelepipedo ha gli spigoli che misurano rispettivamente 6, 8, 10 dm. La superficie esterna viene dipinta di rosso. Il parallelepipedo viene suddiviso in 480 cubetti di lato ciascuno 1 dm. Quanti sono i cubetti che non hanno alcuna faccia dipinta?

Risposta 0192

Soluzione - Il numero dei cubetti che non hanno alcuna faccia dipinta di rosso coincide con il volume, calcolato in dm^3, di un parallelepipedo le cui dimensioni sono: 6-2=4, 8-2=6, 10-2=8, dunque il numero dei cubetti che non hanno alcuna faccia dipinta è $4\cdot 6\cdot 8=192$

12. La prova per il conseguimento di una certificazione informatica prevede un punteggio espresso da un numero intero compreso tra 0 e 360, estremi inclusi. Per ottenere la certificazione occorre ottenere almeno il 75% del punteggio massimo ottenibile. Qual è il massimo punteggio che può raggiungere un candidato che non supera la prova?
    Risposta 0269
    Soluzione - I ¾ di 360 equivalgono a 270 punti che è il minimo punteggio per conseguire la certificazione. Ne segue che 269 è il massimo punteggio ottenuto da un candidato che non supera la prova.

13. Qual è la probabilità che 4 amici siano nati in giorni diversi della settimana? Dai come risposta la somma tra numeratore e denominatore della probabilità espressa in frazione ridotta ai minimi termini.
    Risposta 0463
    Soluzione - Il 1° può essere nato in uno qualsiasi dei 7 giorni; la probabilità che il 2° non sia nato nello stesso giorno del 1° è 6/7; analogamente il 3° ha probabilità 5/7 di non essere nato nello stesso giorno di uno dei primi due e 4/7 è la probabilità che il 4° non sia nato in uno dei precedenti giorni. In definitiva si ha: $p = 1 \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{7} = \frac{120}{343}$

14. Dario, Ezio, Franco, Giorgio e Leandro vengono interrogati da un giudice. Il magistrato sa che uno solo di loro è un ladro e che solo uno di loro dice la verità. Dario dice: "Io non sono il ladro"; Ezio dice: "Dario è il ladro"; Franco dice: "Io sono il ladro"; Giorgio dice: "Franco è il ladro"; Leandro dice: "Io non sono il ladro". Chi è il ladro e chi dice la verità? Associa a Dario il numero 1, a Ezio il 2, a Franco il 3, a Giorgio il numero 4 ed a Leandro il 5. Rispondi 00ab dove a indica colui che dice la verità e b indica il ladro.
    Risposta 0015
    Soluzione 1 - Se Ezio dicesse la verità, allora direbbe la verità anche Leandro; pertanto Ezio mente e di conseguenza Dario dice la verità. Ne consegue che Leandro mente e quindi egli risulta essere il ladro. Si ha quindi a=1 e b=5.
    Soluzione 2 - Dario ha due possibilità, o dice il vero o dice il falso. Entrambe tali possibilità e le loro conseguenze sono sintetizzate nella seguente tabella:

DARIO	EZIO	FRANCO	GIORGIO	LEANDRO
V	F	F	F	F
F	V	F	F	V

La prima riga descrive il caso in cui Dario dice il vero; ciò è compatibile con la possibilità che tutti gli altri dicono il falso. La seconda riga descrive il caso in cui Dario dice il falso; ciò ha come conseguenza che 2 tra gli altri dicono il vero. Ne segue che l'unica situazione compatibile con le condizioni richieste dal problema è quella descritta dalla prima riga. In tal caso Dario è l'unico a dire il vero e Leandro è l'unico ladro.