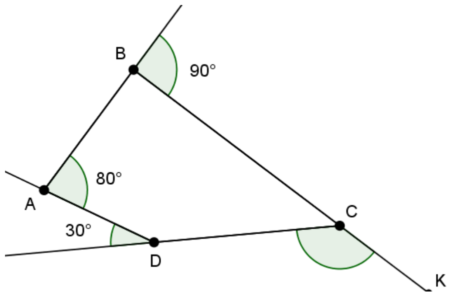
- *Per ogni problema la risposta è un intero compreso tra 0000 e 9999.*
- *Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.*
- *Se la quantità richiesta è un numero intero maggiore di 9999, si indichi 9999.*
- *Se la quantità richiesta non è un numero intero, dove non indicato diversamente, si indichi la sua parte intera.*

1. Andrea possiede 18 figurine di calciatori e Luca ne possiede 26. Entrambi cedono tutte le loro figurine a Carlo in cambio di 22 cioccolatini. Quanti cioccolatini spettano a Luca? Risposta 13

Soluzione - In totale le figurine sono 44. Poiché i cioccolatini sono 22, il rapporto tra il numero di figurine e il numero dei cioccolatini è 2. Ne segue che il numero dei cioccolatini che toccano a Lucia è uguale alla metà delle figurine da lui cedute. Quindi 13.

2. Nella figura a fianco sono indicate le misure di alcuni angoli segnati. Quanti gradi misura l'angolo DCK? Risposta 140



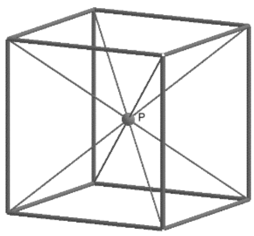
Soluzione – Consideriamo angoli convessi. Si ha:
$\widehat{ABC} = 90°$; $\widehat{CDA} = 150°$; $\widehat{BCD} = 360° - 150° - 80° - 90° = 40°$
$\widehat{DCK} = 180° - 40° = 140°$

3. Quanto vale $\frac{(81 \cdot 81^2 \cdot 81^3 \cdot 81^4 \cdot 81^5)^{10} 3^{412}}{(27^6 \cdot 27^5 \cdot 27^4 \cdot 27^3 \cdot 27^2 \cdot 27 \cdot)^8 \cdot (3^{168})^3}$? Risposta 81

Soluzione - Per le proprietà delle potenze si può scrivere:

$$\frac{(81 \cdot 81^2 \cdot 81^3 \cdot 81^4 \cdot 81^5)^{10} \cdot 3^{412}}{(27^6 \cdot 27^5 \cdot 27^4 \cdot 27^3 \cdot 27^2 \cdot 27)^8 \cdot (3^{168})^3} = \frac{(81^{15})^{10} \cdot 3^{412}}{(27^{21})^8 \cdot (3^{168})^3} = \frac{3^{600} \cdot 3^{412}}{3^{504} \cdot 3^{504}} = \frac{3^{1012}}{3^{1008}} = 3^4 = 81$$

4. Le diagonali di un cubo lo dividono in piramidi regolari, ciascuna delle quali ha come base una faccia del cubo. Sapendo che lo spigolo è 12 cm, trova il volume di ciascuna di queste piramidi. Risposta 288.

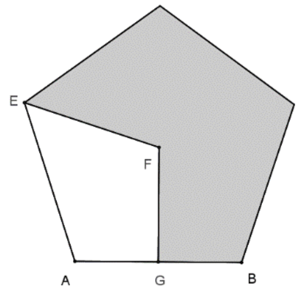


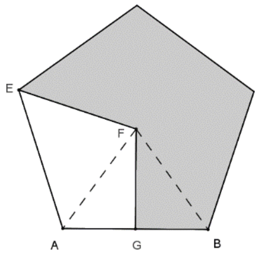
Soluzione - Il cubo è diviso dalle sue 4 diagonali in 6 piramidi uguali aventi i vertici in comune coincidenti con il centro P del cubo e per basi ciascuna delle facce del cubo. Dunque, ciascuna piramide è la sesta parte del cubo:
$Volume_{\ piramide} = 12^3 : 6 = 288$

5. Qual è la cifra delle unità del mcm tra 5234567565 e 6543212346? Risposta 0

Soluzione – Il primo numero finisce per 5, quindi contiene come fattore il 5, il secondo numero è pari, quindi contiene come fattore il 2. Il loro mcm contiene dunque come fattori il 2 e il 5, cioè è multiplo di 10. Pertanto la cifra delle unità del mcm tra 5234567565 e 6543212346 è 0.

6. Nel seguente pentagono regolare di centro F, la retta FG è asse del lato AB. Se l'area del pentagono vale 520, quanto vale l'area della parte grigia? Risposta 364





Soluzione – Se uniamo F con A e con B, osserviamo che FG, asse anche del triangolo isoscele AFB, divide quest'ultimo in due triangoli uguali: AFG = GFB. Ne segue che il triangolo AFG è metà di ciascuno dei triangoli uguali AFB e AFE. Dunque, $AEFG = \left(\frac{1}{5}+\frac{1}{10}\right) pentagono = \frac{3}{10}\ pentagono.$

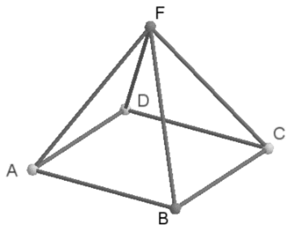
Pertanto: $Area\ poligono\ grigio = \frac{7}{10} Area\ Pentagono = \frac{7}{10} 520 = 364$

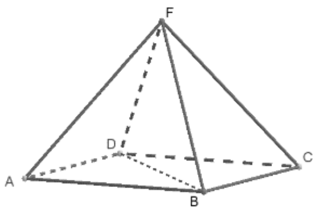
7. Andrea possiede uno stabilimento balneare. Nel 2021 decide di aumentare il numero delle cabine del 25 %. Successivamente, a causa del Corona-virus, riduce il numero delle cabine di una percentuale X. Dopo averlo fatto si ritrova con lo stesso numero delle cabine che aveva all'inizio. Quanto vale X? Risposta 20.

Soluzione – Indichiamo con C il numero delle cabine. Dopo l'aumento del 25% il numero delle cabine passa da C a $\frac{5}{4}$C . In seguito alla diminuzione si ha:

$$\frac{5}{4}\mathrm{C} - \mathrm{X}\frac{5}{4}\ \mathrm{C} = \mathrm{C}\ \text{ ovvero } X = \frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\%$$

8. Andrea e Lucia devono dividersi un gelato che ha la forma di una piramide a base quadrata con gli spigoli tutti uguali. Perché le due parti di gelato siano identiche lo tagliano lungo il piano BDF. Quanto misura, in gradi, l'angolo BFD di tale triangolo? Risposta 90.





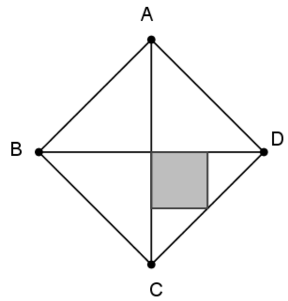
Soluzione – I triangoli BDF e DAB hanno i lati a due a due uguali e quindi sono uguali. Pertanto, angolo BFD = angolo DAB = 90°.

9. In una bella giornata di sole, Anna decide di provare l'auto nuova andando a trovare i suoi amici che vivono a 120 km di distanza. Nel pomeriggio il tempo cambia improvvisamente ma Anna deve comunque rientrare a casa. Sotto la pioggia viaggia ad una velocità decisamente più bassa degli 80 chilometri all'ora (km/h) tenuti all'andata e, tra andata e ritorno, impiega in totale 4 ore. Quale velocità media, in km/h, ha tenuto Anna al ritorno? Risposta 48

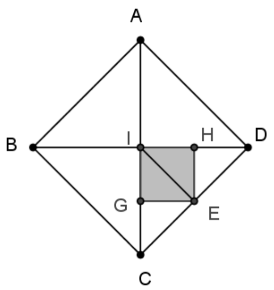
<u>Soluzione 1</u> - Anna, viaggiando a 80 km/h, percorre all'andata i 120 km (80+40) in un'ora e mezza. Delle 4 ore di viaggio ne restano quindi due e mezza per il ritorno, cioè 5 mezze ore. I chilometri percorsi in mezz'ora sono 120:5 = 24 che corrispondono a 48 km/h.

<u>Soluzione 2</u> - Indichiamo con v_a e t_a rispettivamente la velocità tenuta da Anna all'andata e il tempo da essa impiegato all'andata e con v_r e t_r rispettivamente la velocità tenuta da Anna al ritorno e il tempo da essa impiegato al ritorno. Si ha: $v_a = 80\ km/h$ e $t_a = \frac{120km}{80km/h} = 1{,}5\ h$ $t_r = \frac{120km}{v_r}$. Dunque, poiché tra andata e ritorno Anna impiega 4 ore, si ha: $t_a + t_r = 4\ h$, ovvero $t_r = 4\ h - 1{,}5\ h = 2{,}5\ h$. Pertanto si ha $v_r = \frac{120}{2{,}5}\frac{km}{h} = 48\frac{km}{h}$.

10. Se l'area del quadrato ABCD vale 288, quanto è lungo il lato del quadratino grigio? Risposta 6



<u>Soluzione 1</u> – Il quadratino corrisponde a metà del triangolo rettangolo CDI, cioè ad un ottavo del quadrato e la sua area vale 1/8 288 = 36. Il lato del quadratino è quindi 6.

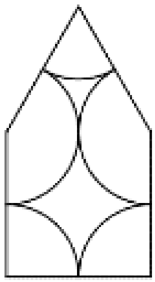


<u>Soluzione 2</u> – Consideriamo la diagonale IE del quadratino grigio GEHI. Si ha che: $\widehat{EID} = \widehat{IDE} = 45°$. Ne segue che il triangolo EID è isoscele e la sua altezza EH divide la base ID in due parti uguali. Poiché ID=IB, ne segue che IH è la quarta parte di BD. Dunque $\overline{IH} = \overline{BD}: 4 = \sqrt{2 \times 288}: 4 = \sqrt{576}: 4 = 24: 4 = 6$

11. Il prof. di matematica, che si diverte a proporre giochi, oggi ne ha inventato uno nuovo. Ha tirato fuori dieci cartellini numerati da 0 a 9 e ne ha distribuiti a caso tre a Alberto, quattro a Bice e tre a Claudio. Ha chiesto quindi a ciascuno di loro di moltiplicare i numeri sui cartellini ricevuti e di comunicare il risultato che è 0 per Alberto, 72 per Bice e 90 per Claudio. Dopo qualche minuto di silenzio, ha comunicato ad Alberto la somma dei suoi tre numeri. Di quale numero si tratta? Risposta: 15

<u>Soluzione</u> – Claudio ha certamente il 5 e poi 2 e 9 oppure 3 e 6. Poiché 72 = $2^3 * 3^2$, nel primo caso Bice ha 1, 3, 4, 6, nel secondo 1, 2, 4, 9. Comunque, Alberto, oltre allo zero, ha il 7 e l'8, la cui somma è 15.

12. Il pentagono disegnato in figura ha un asse di simmetria e due angoli consecutivi retti. Giulia lo ha decorato con archi aventi tutti lo stesso raggio uguale a 1 dm. Quanto vale in mm la somma di tutti gli archi? 942

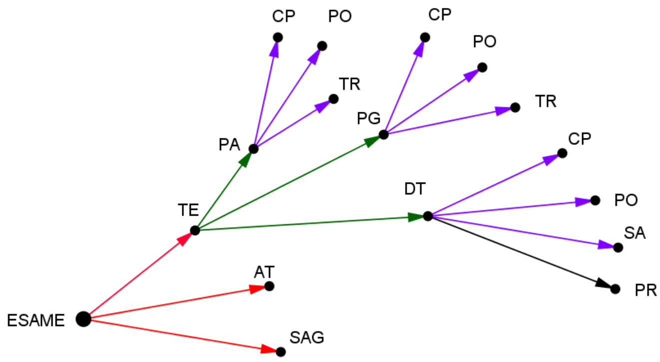


Soluzione – La somma degli angoli interni di un pentagono è 3 angoli piatti, quindi la somma di tutti gli archi vale quanto una circonferenza e mezza di raggio 1 dm. La somma di tutti gli archi è $\frac{3}{2}2\pi\ dm = 9{,}42\ dm = 942\ mm$

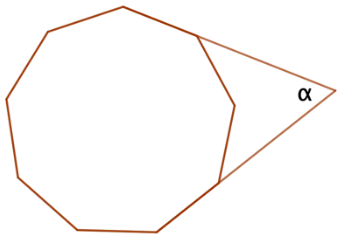
13. Gli Alunni della 3A devono affrontare un esame per dimostrare le loro competenze prima in Italiano, poi in Matematica e infine in Disegno geometrico. Per l'Italiano possono scegliere di trattare un tema, oppure analisi del testo, oppure un saggio. Per la matematica possono optare tra un problema di geometria, un problema di algebra o la dimostrazione di un teorema. Per il disegno geometrico devono decidere tra la costruzione di un poligono regolare, proiezioni ortogonali o storia dell'arte. Chi dimostra il teorema ha una maggiore possibilità di scelta in disegno, può includere, infatti, come possibilità di scelta, anche la prospettiva. Quanti sono i possibili percorsi di esame che gli alunni devono affrontare? Risposta 30

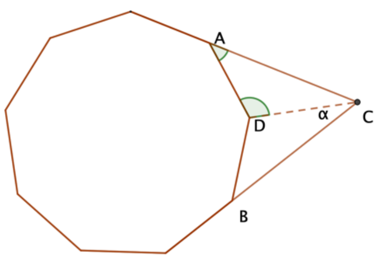
Soluzione1- Gli argomenti da trattare tra italiano e matematica sono 3 x 3 = 9. Per la scelta dei temi di disegno sei di questi 9 hanno 3 possibilità e i restanti tre ne hanno 4. Totale 6 x 3 + 3 x 4 = 30

Soluzione 2 – Partendo dalle tre prove di italiano, dal grafico si osserva che da TE (tema) si diramano 10 percorsi possibili di esame e che se ne potranno contare altrettanti a partire da AT (analisi testo) oppure da SAG (saggio). In totale si contano 30 percorsi possibili.



14. Nel poligono regolare di nove lati rappresentato a fianco sono stati prolungati due dei suoi lati che formano un angolo α. Qual è la misura in gradi di α? Risposta: 60





Soluzione – Un angolo interno del poligono regolare di nove lati è 7 x 180°/9 = 140°. Il suo supplementare (per es. l'angolo in A segnato) è 40°, il suo esplementare 220° e la sua metà (per es. l'angolo in D segnato) è 110°. Quindi, dal triangolo CDA deduciamo che l'angolo ACD è 30° e l'angolo α richiesto 60°.

15. I numeri 91 e 147 sono due termini consecutivi di una sequenza di numeri positivi. Si sa che ciascun termine della sequenza è ottenuto sommando i due numeri precedenti. Quanto vale la somma dei primi due termini della sequenza? Risposta 14.

Soluzione - Il termine che precede 91 si trova sottraendo 91 da 147, cioè: 147 – 91 = 56. Con la stessa procedura si trovano nell'ordine 56, 35, 21, 14, 7, 7; il successivo sarebbe 0, che non è accettabile. Pertanto, la sequenza è 7, 7, 14, 21, 35, 56, 91 147 e la somma dei primi due termini vale 14.