

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2022-23

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in Informatica

Prova scritta di **Elementi di Analisi Matematica I** (corso **F-N**) assegnata il giorno  
14 Febbraio 2024.

**AVVERTENZE**

Tempo a disposizione: **90 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

**Esercizio 1.** Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt[4]{1+x^2} - 1) \operatorname{sen} \sqrt{|x|}}{(e^x - 1)(\log(1 + |x|))}$$

dopo avere verificato se l'origine è punto di accumulazione per il campo di esistenza della funzione assegnata.

**Esercizio 2.** Determinare gli estremi assoluti e gli eventuali estremi relativi della funzione

$$\sqrt{4 - \log^2 x}$$

**N.B.** Il simbolo  $\log$  indica il logaritmo in base  $e$ .

**Esercizio 3.** Determinare il limite della successione definita per ricorrenza dalla legge

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + a_n \quad \forall n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

**Esercizio 4.** Siano  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile e  $\mathcal{U} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita dalla legge

$$\mathcal{U}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Provare o confutare le seguenti affermazioni:

1. La funzione  $f(x) = \mathcal{U}(g(x))$  è derivabile.
2. La funzione  $f(x) = \mathcal{U}(g(x))$  è continua.