

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2022-23  
Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in  
Informatica

Prova scritta di **Elementi di Analisi Matematica I** (corso **F-N**) assegnata il  
giorno 20 Giugno 2023.

**AVVERTENZE**

Tempo a disposizione: **90 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

**Esercizio 1.** Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^4} - 1}$$

**Esercizio 2.** Studiare la funzione definita dalla legge

$$f(x) = \log(1 + e^{2x})$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

**N.B.** Il simbolo  $\log$  denota il logaritmo in base  $e$ .

**Esercizio 3.** Determinare il limite della successione

$$\begin{cases} a_1 = 1/2 \\ a_{n+1} = 2a_n^2 - |a_n| \quad \text{per ogni } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

**Esercizio 4.** Sia  $f : [0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita dalla legge

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \forall x > 0.$$

Spiegare se è possibile estendere  $f$  a  $\mathbb{R}$  in modo tale che l'estensione risulti derivabile in  $\mathbb{R}$ .