

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2022-23  
Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in  
Informatica

Prova scritta di **Elementi di Analisi Matematica I** (corso **M-Z**) assegnata il  
giorno 4 Aprile 2023.

**AVVERTENZE**

Tempo a disposizione: **90 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

**Esercizio 1.** Risolvere l'equazione

$$z^2 + |z| = z$$

nel campo complesso e rappresentarne graficamente le eventuali soluzioni.

**Esercizio 2.** Studiare la funzione definita dalla legge

$$f(x) = x^2 \arctan |x|$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

**Esercizio 3.** Determinare il limite della successione

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 2a_n^2 - |a_n| \quad \text{per ogni } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

**Esercizio 4.** Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita dalla legge

$$f(x) = \begin{cases} 1/2 & \text{se } x \geq 0 \\ -1/2 & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Determinare - se è possibile - una funzione  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che la funzione composta  $\varphi(x) = g(f(x))$  risulti continua in  $\mathbb{R}$ .