

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2021-22

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in  
Informatica

Prova scritta di **Elementi di Analisi Matematica I** (corso **M-Z**) assegnata il  
giorno 12 Aprile 2022.

### AVVERTENZE

Tempo a disposizione: **90 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

**Esercizio 1.** Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^x \operatorname{sen} \left( e^{-x} \operatorname{sen} \frac{2}{x} \right)$$

**Esercizio 2.** Studiare la funzione definita dalla legge

$$\sqrt{|x^2 - 4|} - x$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

**Esercizio 3.** Determinare il limite della successione

$$\begin{cases} a_1 = \lambda \\ a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n^2 + 1} \end{cases} \quad \text{per ogni } n \in \mathbb{N}$$

al variare del parametro reale  $\lambda$ .

**Esercizio 4.** **Dimostrare** oppure **confutare** la seguente affermazione.

Siano  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile in  $\mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  **non** derivabile in  $\mathbb{R}$ . Allora la funzione  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita ponendo  $h(x) = g(f(x))$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$  è derivabile in  $\mathbb{R}$ .