

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2021-22  
Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in  
Informatica

Prova scritta di **Elementi di Analisi Matematica I** (corso **M-Z**) assegnata il  
giorno 10 Febbraio 2022.

### AVVERTENZE

Tempo a disposizione: **90 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

**Esercizio 1.** Dare la **definizione** di funzione inversa. Spiegare **poi** se esiste un intorno dell'origine in cui la funzione definita dalla legge

$$\sin^2 x + e^{-|x|}$$

risulti invertibile.

**Esercizio 2.** Studiare la funzione definita dalla legge

$$\log(1 + e^{-|x|})$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

**Esercizio 3.** Determinare il limite della successione

$$\begin{cases} a_1 = \lambda \\ a_{n+1} = \sqrt[3]{|a_n|^3 + 1} \end{cases} \quad \text{per ogni } n \in \mathbb{N}$$

al variare del parametro reale  $\lambda$ .

**Esercizio 4.** **Dimostrare** oppure **confutare** la seguente affermazione.

Se  $\{a_n\}$  è una successione di numeri reali convergente e

$$b_n = \begin{cases} a_n & \text{se } n \text{ è pari} \\ a_n^2 & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases}$$

allora la successione  $\{b_n\}$  è convergente.