

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2020-21  
Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in  
Informatica

Prova scritta di **Elementi di Analisi Matematica I** (corso **M-Z**) assegnata il  
giorno 9 Settembre 2021.

### AVVERTENZE

Tempo a disposizione: **90 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

**Esercizio 1.** Dare la **definizione** di maggiorante di un insieme numerico. Determinare poi i maggioranti della funzione definita dalla legge

$$\frac{|x|}{x^2 + 1}$$

**Esercizio 2.** Determinare gli eventuali estremi relativi e gli estremi assoluti della funzione definita dalla legge

$$\sqrt[3]{x^2(x-4)}.$$

**Esercizio 3.** Determinare il limite della successione

$$\begin{cases} a_1 = 1/3 \\ a_{n+1} = \frac{a_n^2 + 2a_n}{3} \end{cases} \text{ per ogni } n \in \mathbb{N}.$$

**Esercizio 4.** Siano  $\{a_n\}$  una successione di numeri reali e  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua. **Dimostrare** o **confutare** la seguente implicazione:

$$\{a_n\} \text{ converge} \Rightarrow \{f(a_n)\} \text{ converge}.$$

Discutere il caso in cui

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$