

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2024-25

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in Matematica

Prova di **Analisi Matematica II** assegnata il giorno 23 febbraio 2026.

Tempo a disposizione: **180 minuti**. **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

Teoria

Domanda di teoria 1. Presentare la definizione di punto di estremo relativo per una funzione reale di più variabili reali e quella di estremo assoluto spiegando la differenza con alcuni esempi.

Domanda di teoria 2. Dare la definizione di limite per una funzione reale di più variabili reali. Confrontarla con il caso unidimensionale estendendo poi il concetto di limite laterale (sinistro o destro) al caso di più variabili con almeno un esempio.

Pratica - Prima Parte

Esercizio 1. Calcolare, con un errore minore di 10^{-10} , il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{1}{10}} x^8 \sin \sqrt{x} dx.$$

Esercizio 2. Assegnata la funzione

$$f(x, y) = e^{x^2+y^2} - \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$$

definita in

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x+y} \leq x-y \leq 1\},$$

stabilire le proprietà topologiche del dominio e determinare gli estremi relativi ed assoluti della funzione.

Pratica - Seconda Parte

Esercizio 3. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy' + y = y^2 \log x \\ y(1) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

precisando il più ampio intervallo di esistenza per ciascuna delle eventuali soluzioni.

Esercizio 4. Calcolare

$$\int_T \frac{2xyz}{x^2 + y^2} dx dy dz$$

dove

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 \geq 4, x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 1\}.$$

Esercizio 5. Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{4x}{2x^2 + y^2} dx + \frac{2y}{2x^2 + y^2} dy$$

calcolare $\oint_\gamma \omega$ dove γ è la frontiera del quadrato $[-1, 1] \times [-1, 1]$.